

МИНПРОМТОРГ РОССИИ

Департамент судостроительной промышленности и морской техники
ФГУП «Крыловский государственный научный центр»

На правах рукописи



Лысенко Александр Петрович

**МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СТАТИЧЕСКИХ И
ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТНЫХ УПРУГИХ
МУФТ**

2.5.17 Теория корабля и строительная механика

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Научный руководитель:

доктор технических наук

Ярцев Борис Александрович

Санкт-Петербург – 2022

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ, ПРОЧНОСТИ И ДИССИПАТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ.....	11
1.1. Методы математического моделирования напряженно- деформированного состояния	11
1.2. Методы математического моделирования предельного состояния...	13
1.3. Методы математического моделирования диссипативных характеристик.....	16
2. МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТНЫХ СТРУКТУР.....	19
2.1. Моделирование механических свойств слоя композита.....	19
2.1.1. Упругие свойства.....	20
2.1.2. Диссипативные свойства.....	25
2.1.3. Локальный критерий прочности.....	28
2.1.4. Механические свойства ортотропных слоев композита.....	30
2.2. Моделирование механических свойств слоистого композита.....	32
2.2.1. Математические модели эффективных механических свойств симметричного слоистого композита.....	37
2.2.2. Математическая модель эффективных упругих постоянных.....	39
2.2.3. Математическая модель эффективных диссипативных свойств....	48
2.2.4. Математическая модель эффективных пределов прочности.....	54
2.3. Выводы по главе 2.....	64
3. МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ СТАТИЧЕСКИХ ЖЕСТКОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК И ПРОЧНОСТИ КОМПОЗИТНЫХ УПРУГИХ	

МУФТ.....	65
3.1. Моделирование статических жесткостных характеристик и прочности.....	65
3.2. Оценка достоверности метода моделирования статических жесткостных характеристик и прочности композитных упругих муфт....	69
3.3. Исследование влияния комбинированного нагружения на предельное состояние композитной упругой муфты.....	77
3.4. Выводы по главе 3.....	81
4. МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ КОМПОЗИТНЫХ УПРУГИХ МУФТ.....	82
4.1. Приближенный метод моделирования диссипативных характеристик.....	83
4.2. Оценка достоверности приближенных методов моделирования диссипативных характеристик.....	87
4.3. Метод моделирования нестационарных колебаний композитной упругой муфты.....	98
4.4. Исследование влияния температуры среды эксплуатации и погрешностей изготовления на значения собственных частот и коэффициентов механических потерь композитной упругой муфты.....	104
4.5. Выводы по главе 4.....	115
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	118
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	121

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность проблемы. Механизмы, передающие вращательное движение от источников энергии (двигателей) к исполнительным механизмам машин, подвергаются динамическим воздействиям. Эти воздействия вызываются либо переменными силами, возникающими при выполнении рабочего процесса, либо переменными инерционными силами, возникающими при неравномерном движении рабочих органов машины. Работа судовых пропульсивных комплексов сопровождается вибрациями и ударами, снижающими прочность и долговечность приводных механизмов, являющихся причиной усталостных явлений, увеличивающих шум в передачах и т. п. Поэтому задача повышения надежности пропульсивных комплексов, подверженных динамическим нагрузкам, прежде всего, должна решаться путем снижения самих динамических нагрузок.

Апробированным средством снижения величин динамических воздействий на приводные механизмы являются виброизоляторы специальных конструкций – упругие муфты. Первое применение упругих муфт для снижения уровней возникающих в судовых валопроводах динамических нагрузок относится к 20-м годам XX века. За последующие десятилетия, как в нашей стране, так и за рубежом, было предложено множество подобных конструкций, которые можно свести к двум основным группам: металлические и резино-металлические упругие муфты. Несмотря на некоторые недостатки (сложность механизма, большая масса, высокая стоимость), эти муфты позволяют создавать приводные механизмы требуемого качества. Однако, наметившийся в последнее время переход на низкочастотную амортизацию судовых энергетических установок, требующий существенного повышения деформативности упругих муфт, инициировал проведение исследований по разработке новых конструкций, наряду с передачей крутящего момента обеспечивающих компенсацию

больших взаимных смещений соединяемых валов. Результатом исследований стало создание упругих муфт из полимерных композитов.

Первое описание конструкции композитной упругой муфты опубликовано в 1978 г. [1]. К настоящему времени номенклатура таких муфт значительно возросла [2-19]. Существующие конструкции обеспечивают передачу номинального крутящего момента $M_T^{nom} \in [5, 400] \text{ кНм}$ при компенсации расцентровок соединяемых валов $\Delta_{max} \leq 10 \text{ мм}$, их основным недостатком является низкий уровень вибропоглощения (коэффициент механических потерь $\eta_{max} \approx 0,01$). Поэтому особую актуальность приобрела задача создания новых конструкций композитных упругих муфт с более высокими диссипативными характеристиками (вибропоглощением, демпфированием). В последние годы такие конструкции были разработаны [20-24]. Приоритет их создания (2014 г.) принадлежит коллективу специалистов ФГУП «Крыловский государственный научный центр», членом которого является автор настоящей работы [25-31, 20-21]. Позднее (2017-2019 гг.) появились конструкции композитных упругих муфт с высокими диссипативными характеристиками, предложенные специалистами фирмы «Geislinger» [22-24].

Все существующие композитные упругие муфты с высокими диссипативными характеристиками представляют собой неоднородные структуры, образованных совокупностью слоев материалов с различными физико-механическими характеристиками, интегрированных в единую конструкцию. При этом одни слои материалов обеспечивают прочность и надежность конструкции в целом, в то время как другие слои позволяют реализовывать высокие уровни диссипативных характеристик.

Очевидно, что разработка композитных упругих муфт с высоким уровнем вибропоглощения требует учета особенностей материалов всех слоев, компонуемых в состав конструкции. К таким особенностям, в первую очередь, относятся анизотропия физико-механических свойств материалов

силовых элементов конструкции [32-42], а также существенная температурно-частотная зависимость упруго-диссипативных характеристик вязкоупругих полимеров вибропоглощающих слоев [43, 44]. Эмпирический подход, основанный на испытаниях образцов материалов и конструкции в целом, дорог и практически не доступен. Более продуктивно применение методов математического моделирования, последовательно реализующих подход «от свойств материала – к свойствам конструкции». Помимо значительного уменьшения объема испытаний, ограничиваемого определением механических свойств компонуемых материалов, использование методов математического моделирования позволяет выполнять численные эксперименты, основная задача которых заключается в выяснении физической сущности процессов, протекающих как в материалах, так и в изготовленных из них конструкциях в предполагаемых условиях эксплуатации. Для проведения указанных исследований необходимо разработать методы математического моделирования, использование которых позволит создавать композитные упругие муфты, обладающие требуемыми характеристиками жесткости, прочности и демпфирования.

Цель работы заключается в разработке методов численного моделирования диссипативно-жесткостных характеристик и прочности композитных упругих муфт и исследовании процессов, происходящих в этих муфтах в предполагаемых условиях эксплуатации.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- выполнить анализ существующих математических моделей упругих, диссипативных, прочностных характеристик слоев композита и слоистых композитных структур при различных условиях нагружения;
- разработать математическую модель прогнозирования эффективных прочностных характеристик симметричных слоистых композитных структур при изгибе/кручении;

– выполнить сравнительные исследования величин эффективных упругих, диссипативных и прочностных характеристик слоистых композитных структур, определенных в условиях растяжения/сжатия и в условиях изгиба/кручения;

– разработать метод численного моделирования статических упругих характеристик и прочности композитной упругой муфты;

– разработать метод численного моделирования диссипативных характеристик композитной упругой муфты;

– развить метод численного моделирования нестационарных колебаний композитной упругой муфты;

– применить разработанные методы численного моделирования к исследованию нестационарных колебаний, а также к исследованию влияния температуры среды эксплуатации и погрешностей изготовления на значения собственных частот и коэффициентов механических потерь композитной упругой муфты.

Методы исследования: при постановке и численном решении задач, рассматриваемых в диссертационной работе, использовались методы и положения теории упругости, теории вязкоупругости, механики композитов, методы и средства вычислительной механики как основной аппарат математического моделирования.

Достоверность результатов подтверждена хорошим согласованием расчетных и экспериментальных значений статических нагрузочных характеристик, статических жесткостей, собственных частот и коэффициентов механических потерь, а также предельного крутящего момента опытных конструкций сборной композитной упругой муфты.

Научная новизна:

1. Разработана математическая модель прогнозирования эффективных прочностных характеристик симметричных слоистых композитных структур при изгибе/кручении.

2. Разработаны новые методы численного моделирования:

– диссипативно-жесткостных характеристик и прочности композитной упругой муфты;

– нестационарных колебаний композитной упругой муфты.

3. Выполнены исследования:

– влияния последовательности укладки слоев материалов на величины эффективных свойств слоистых композитов, определяемых при различных условиях нагружения;

– влияния температуры среды эксплуатации и погрешностей изготовления на значения собственных частот и коэффициентов механических потерь композитной упругой муфты.

4. Определены статические жесткостные характеристики, предельное состояние, диссипативные характеристики при нестационарных колебаниях композитной упругой муфты, позволившие оценить влияние рабочих процессов на напряженно-деформированное состояние и значение коэффициента механических потерь.

Практическая значимость результатов работы: разработанные методы моделирования упруго-диссипативных характеристик и прочности позволяют минимизировать объемы экспериментальной проверки вновь разрабатываемых конструкций композитных упругих муфт с повышенным уровнем диссипативных характеристик. На основе предлагаемых методов, разработаны две конструкции композитных упругих муфт, новизна которых подтверждена двумя патентами РФ.

Реализация результатов работы. Результаты работы использовались при выполнении работ:

– ФГУП «Крыловский государственный научный центр» с отечественными и зарубежными заказчиками по контрактам № 10411.1007400.09.008. от 31.03.2010 г., № V021/2010CSOC/JK210RU-P/015634240225 от 09.11.2010 г;

– АО «Научно-производственное предприятие «МОРСКАЯ ТЕХНИКА» по договору № 9Э-19/82-7101/19/МТ/2-20 от 04.02.2020 г.

«Разработка, изготовление и ввод в эксплуатацию малошумного привода гребного винта (для кавитационной трубы)», шифр «Гидропривод-ГВ».

На защиту выносятся:

1. Математическая модель прогнозирования эффективных прочностных характеристик симметричных слоистых композитных структур при изгибе/кручении.

2. Методы численного моделирования:

– статических упругих характеристик и прочности композитной упругой муфты;

– диссипативных характеристик композитной упругой муфты;

– нестационарных колебаний композитной упругой муфты.

Апробация работы. Основные результаты и положения диссертационной работы доложены и обсуждены на следующих конференциях:

– XXXII Всероссийская конференция «Наука и технологии», г. Миасс, 2012г.;

– Конференция по строительной механике корабля, посвященная памяти профессора П.Ф. Папковича, г. Санкт-Петербург, 2012 г.;

– XXVI Международная инновационно-ориентированная конференция молодых ученых и студентов «МИКМУС-2014», г. Москва, 2014 г.;

– Конференция по строительной механике корабля, посвященная памяти профессора И.Г. Бубнова и 110-летию со дня образования кафедры строительной механики корабля «Бубновские чтения», г. Санкт-Петербург, 2014 г.;

– Конференция по строительной механике корабля, посвященная памяти профессора П.Ф. Папковича, г. Санкт-Петербург, 2015 г.;

– Всероссийская научно-техническая конференция молодых ученых и специалистов «Научно-технологическое развитие судостроения (НТРС-2017)», г. Санкт-Петербург, 2017 г.;

– Конференция по строительной механике корабля, посвященная памяти профессора В.А. Постнова и 90-летию со дня его рождения, г. Санкт-Петербург, 2017 г.;

– XVII Конференция молодых ученых и специалистов «новые материалы и технологии», г. Санкт-Петербург, 2018 г.

– XI International Conference NAVY AND SHIPBUILDING NOWADAYS NSN'2021. June 24-25, 2021. St. Petersburg, Russia.

– Конференция «Строительная механика корабля», посвященная 155-летию Научно-технического общества судостроителей имени академика А.Н. Крылова. 23-24 декабря 2021 г. Санкт-Петербург.

– III Международная научно-техническая конференция «Новые материалы и технологии глубокой переработки сырья – основа инновационного развития экономики России», (НИЦ «Курчатовский институт» – ВИАМ). 27 июня 2022 г. Москва.

Публикации. Наиболее существенные положения и результаты диссертационного исследования нашли отражение в 10 научных публикациях, в т.ч. 8 статьях опубликованных в изданиях, включенных в Перечень, определенный ВАК для публикаций результатов научных исследований, и 2 патентах на изобретение РФ.

Личный вклад автора заключается в постановке задач исследования, планировании и организации всех этапов работы. Диссертанту принадлежат: методы математического моделирования эффективных прочностных характеристик слоистых композитов, а также методы численного моделирования диссипативно-жесткостных характеристик и прочности, нестационарных колебаний упругих композитных муфт, результаты численных исследований, обработка и обобщение экспериментальных данных лабораторных исследований.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, 4 глав и заключения, изложенных на 134 страницах машинописного текста, включая 65 рисунков, 6 таблиц, 2 страницы оглавления и список литературы из 141 источников.

1. АНАЛИЗ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ, ПРОЧНОСТИ И ДИССИПАТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Проблема выбора рационального варианта состава и структуры армирования композитных упругих муфт решается путем совместного рассмотрения задач напряженно-деформированного состояния, прочности и диссипативных характеристик слоистых анизотропных конструкций.

1.1. Методы математического моделирования напряженно-деформированного состояния

Линейность диаграмм деформирования современных слоистых волокнистых полимерных композитов в системах координат, связанных с направлениями армирования слоев, обуславливает физически линейную постановку задач по определению напряженно-деформированного состояния большинства композитных конструкций. Такая постановка основана на использовании либо теорий анизотропных пластин и оболочек различной степени точности (2D-теории), либо теории упругости анизотропного тела (3D-теории).

Для описания деформирования слоистых тонкостенных анизотропных конструкций (пластин и оболочек) используются приближенные 2D-теории, построенные на основе трех основных методов [45, 46]: метода гипотез [45-54], метода разложения в ряд по толщине [54-57], метода асимптотического решения трехмерных уравнений [58]. Первый метод наиболее близок к инженерным представлениям. Исходная задача упрощается после принятия определенных допущений (гипотез). Такие гипотезы связаны прежде всего с именами Г. Кирхгоффа, С. П. Тимошенко [59], Е. Рейсснера [60], Х. М. Муштари [61]. Согласно [62-64] все математические теории, полученные на основе метода гипотез, можно разделить на две группы:

теории, вводящие какие-либо предпосылки относительно деформирования отдельного слоя (гипотеза ломаной линии) [47, 48], и теории, основанные на гипотезах, касающихся работы всего пакета в целом (гипотеза эквивалентного слоя) [45, 46, 49-53]. Их основное различие заключается в представлении о пакете слоев как совокупности конечного множества независимых слоев (гипотеза ломаной линии) или как о целостном эквиваленте (гипотеза эквивалентного слоя). Характерной чертой теорий, основанных на гипотезе ломаной линии, является зависимость порядка разрешающей системы уравнений от количества слоев. Это может сделать проблематичным расчет сложных реальных конструкций даже при небольшом числе слоев. Для теорий второй группы (гипотеза эквивалентного слоя) порядок разрешающей системы уравнений остается постоянным независимо от количества слоев.

Использование теорий эквивалентного слоя позволяет с удовлетворительной точностью оценить глобальные свойства неоднородной конструкции: прогибы, частоты собственных колебаний, усилия и моменты [62-64]. Накопление ошибок, возникающих в результате удовлетворения условию непрерывности поперечных деформаций на границе слоев (при наличии разрывности напряжений), увеличивается с повышением степени неоднородности конструкции по толщине. Теории, основанные на гипотезе ломаной линии, позволяют избежать этого противоречия, поэтому они предпочтительны при исследовании локальных явлений.

В настоящее время многочисленные варианты теории слоистых анизотропных пластин и оболочек успешно используются для прогнозирования напряженно-деформированного состояния, устойчивости и параметров динамического отклика композитных конструкций как в линейной, так и в геометрически нелинейной постановках [35, 51, 62-72].

Радикальным повышением точности прогнозирования как глобальных, так и локальных свойств неоднородных композитных конструкций является использование соотношений теории упругости анизотропного тела [73-75],

не находивших практического применения до конца XX века. В последнее десятилетие ситуация стремительно меняется в результате расширения возможностей вычислительной техники и доступности на рынке множества коммерческих программных комплексов, численно реализующих 3D-теории в конечно-элементной постановке [76].

1.2. Методы математического моделирования предельного состояния

Характерной чертой деформирования композитных конструкций, работающих при нагрузках, близких к предельным, является появление локальных разрушений. Появление таких разрушений далеко не всегда приводит к исчерпанию несущей способности, но может влиять на распределение напряженно-деформированного состояния и, следовательно, работоспособность конструкции в целом. В связи с этим важным аспектом проектирования является оценка прочности всех элементов конструкции. При анализе процессов разрушения полимерных композитов различают два уровня детализации процессов зарождения и накопления повреждений: микромеханический и макромеханический [33, 35-41, 77-79]. Высокая степень детализации на микроуровне, рассматривающая волокно и матрицу как самостоятельных акторов процесса деформирования, не позволяет, как правило, моделировать работу конструкции в целом. Кроме того, применение методов микромеханики часто осложняется стохастическим распределением армирующего материала в матрице. Использование макромеханического уровня, рассматривающего композит как однородный анизотропный материал, не смотря на пренебрежение локальными эффектами, позволяет с достаточной степенью достоверности исследовать напряженно-деформированное состояние и прочность всей конструкции.

При рассмотрении проблемы прочности элементов конструкций используются три различных подхода [80]: физический подход, подход с позиций механики деформируемого твердого тела (механика разрушения),

феноменологический (инженерный, структурно-феноменологический) подход.

Физический подход характеризуется соотношениями, связывающими напряжения и деформации в уравнениях равновесия и основан на общих принципах описания реакции твердого тела на внешнее механическое воздействие и характерен широким использованием простых физических моделей, допускающих количественную оценку [81-83].

Предметом механики разрушения является исследование развития одной или нескольких трещин в конструкции на основе определения сингулярного напряженного состояния в их устьях. Для композитов наиболее характерно разрушение за счет накопления микродефектов, при котором наблюдается «размазывание» концентрации напряжений. Кроме того, механизм и формы разрушения композитной конструкции существенно различны даже при одинаковой геометрии и нагрузке, что обусловлено значительным влиянием на рост трещины неоднородности материала, наличия инородных включений, отслоения волокон от матрицы и др. [35-41, 84-88].

Наиболее часто моделирование разрушения композитных конструкций выполняется на основе феноменологического подхода, позволяющего интегрально исследовать зарождение и развитие зон накопления повреждений, что соответствует физической природе происходящих процессов. Специфичность композитных материалов, обладающих широким спектром упругих и прочностных свойств, а также большим количеством механизмов разрушения [32] не позволяет ориентироваться на какую-либо одну теорию (критерий) прочности. Распространение среди инженеров получили критерии Е. К. Ашкенази, А. К. Малмейстера, И. И. Гондельблата-В. А. Копнова, Цая-Хилла, Цая-Ву, а также других исследователей, подробно описанные в научной литературе [35-41, 84-90].

Таким образом, для оценки прочности на основе феноменологического подхода нужны определенные с той или иной степенью точности параметры

напряженно-деформированного состояния композитной конструкции и свойства материала, сравнение с которыми позволит сделать вывод о сохранении работоспособности конструкции. При такой постановке задачи для расчета параметров напряженно-деформированного состояния конструкции пригодна достаточно простая модель. В рамках механики деформируемого твердого тела такой моделью является модель линейной теории упругости, приводящая к системе линейных дифференциальных уравнений в частных производных. Для этой теории решено большое число задач и хорошо разработан аппарат их решения. Кроме того, в настоящее время практически все задачи линейной теории упругости можно численно решить с помощью универсальных прочностных расчетных пакетов, основанных на использовании метода конечных элементов. Методы экспериментального определения упругих постоянных, входящих в обобщенный закон Гука, давно стандартизированы, и их описание включено в соответствующие национальные и международные стандарты. Поэтому использование в качестве расчетной модели модель линейной теории упругости позволяет для любой формы конструкции и любого вида внешних воздействий, приложенных к этой конструкции, получать значения параметров напряженно-деформированного состояния в аналитической или численной форме. Выбирая критерий прочности, необходимо помнить о точности результатов, получаемых в рамках модели, использующей линейную теорию упругости.

Для повышения точности результатов, получаемых с помощью расчетной модели как количественно, так и качественно необходим учет конечности деформаций. Если в расчетной модели используется предположение о конечности деформаций, то при определении параметров напряженно-деформированного состояния конструкции принцип суперпозиции деформаций не выполняется. Кроме того, связь между тензором напряжений и соответствующим ему тензором деформаций, входящим в определяющие соотношения, нелинейна. Представления

тензоров деформаций через градиенты векторов перемещений также нелинейны. Решение такой задачи крайне сложно, так как в этом случае необходимо решить систему нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных с нелинейными граничными условиями. Аналитических методов получения точных решений для таких систем, за исключением очень редких случаев нет. С появлением пакетов компьютерной алгебры стало возможным получение приближенного аналитического решения вышеуказанных задач этими методами.

Ясно, что наличие в расчетной практике приближенных аналитических решений для данной конструкции при данном типе нагружения дает проектировщику возможность в момент численного задания параметров нагружения сразу получить значения параметров напряженно-деформированного состояния конструкции. И, наконец, проектировщик может воспользоваться универсальными коммерческими программными комплексами, основанными на использовании метода конечных элементов.

Таким образом, использование модели нелинейной теории упругости позволяет для конструкции любой формы и любого вида приложенных к ней внешних воздействий получать параметры напряженно-деформированного состояния конструкции с учетом вышеуказанных проблем, хотя бы в численной форме. Естественно, это возможно, когда экспериментально определены механические свойства материала.

1.3. Методы математического моделирования диссипативных характеристик

Одним из преимуществ композитных конструкций являются высокие демпфирующие свойства. Поскольку характерные для конструкционных композитов уровни диссипации энергии превосходят аналогичные показатели для металлов и сплавов на 1-2 десятичных порядка, то, в отличие от конструкций из традиционных материалов, демпфирование в композитных конструкциях рассматривается не как полезный вторичный эффект, а как один

из основных параметров проектирования. Этим и объясняется устойчивый интерес к проблеме рассеяния энергии при колебаниях слоистых композитных конструкций, подтверждаемый рядом обзоров, содержащих анализ работ на данную тему [91-98]. Не останавливаясь подробно на рассмотрении существующих в настоящее время публикаций, отметим лишь, что основная масса статей посвящена созданию математических моделей, а также расчетному и экспериментальному исследованию влияния составов и структур армирования композита, граничных условий и температурных режимов эксплуатации на демпфирующую способность полимерных композитов. Выполненные отечественными и зарубежными авторами исследования позволили установить диапазоны изменения диссипативных характеристик конструкционных композитов в зависимости от перечисленных факторов и показать недостаточность реализуемых уровней рассеяния энергии для снижения амплитуд резонансных колебаний некоторых композитных конструкций до требуемых величин. Поэтому появились предложения по способам существенного повышения диссипации энергии за счет введения в состав слоистой структуры вязкоупругих материалов, пьезоэлектрических элементов, металлов с памятью формы и др. [97, 98].

В реальной практике наибольшее распространение получил предложенный еще для повышения демпфирования металлических конструкций [99-101] первый из перечисленных способов – включение в состав слоистой структуры слоев вязкоупругих полимеров. В зависимости от вида деформаций, обеспечивающих рассеяние энергии слоистой структуры, слои вязкоупругих полимеров могут быть свободными («жесткие» слои) или стесненными («мягкие» слои). В первом случае рассеяние потенциальной энергии деформации определяется продольным циклическим деформированием жестких, а во втором случае – сдвиговым циклическим деформированием мягких слоев вязкоупругих полимеров соответственно. Побочным нежелательным результатом создания слоистых композитных

структур, компонуемых из слоев различной химической природы, является увеличение массы конструкции.

Авторы подавляющего большинства публикаций рассматривают структуры, в состав которых включены слои «мягких» вязкоупругих полимеров [29, 102-108]. Между тем относительно низкие упругие характеристики большинства конструкционных композитов позволяют создавать композитные конструкции с высокими диссипативными свойствами путем включения в их состав слоев «жестких» вязкоупругих полимеров. Эффективность таких конструкций обусловлена соизмеримостью вкладов силовых и демпфирующих слоев в потенциальную энергию деформации механической системы в целом [25-28, 109-113]. Очевидно, что бесконечное многообразие возможных вариантов составов неоднородных по толщине структур порождает необходимость прогнозирования их демпфирующей способности на основе использования методов математического моделирования, позволяющих учитывать как особенности распределения вязкоупругого полимера по объему конструкции, так и температурно-частотный режим ее эксплуатации.

2. МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТНЫХ СТРУКТУР

2.1. Моделирование механических свойств слоя композита

Волокнистые слоистые композиты обладают двумя уровнями неоднородности: микroneоднородностью, обусловленной наличием, как минимум, двух фаз (волокон и матрицы) и макroneоднородностью, порождаемой наличием в материале определенным образом ориентированных различных микroneоднородных слоев. При расчете и проектировании композитных конструкций обычно учитывается только второй уровень неоднородности материала, т.е. считается, что композит состоит из совокупности квазиоднородных слоев, свойства которых известны. Анализ зависимости этих свойств от характеристик исходных компонентов и их содержания в композиции составляет предмет макромеханики композитов, основная задача которой заключается в определении эффективных упругих, диссипативных и прочностных характеристик, т.е. коэффициентов, связывающих усредненные по объему напряжения и деформации и их предельные значения [34, 36, 37, 42, 77, 93, 114]. Соотношения макромеханики в основном предназначены для ориентировочных оценок и качественного анализа влияния микроструктурных параметров на свойства композитов, необходимых для решения задач материаловедения, связанных с модификацией свойств и разработкой новых материалов.

Для задач расчета композитных конструкций более надежен используемый далее структурно-феноменологический подход, предполагающий, что слоистая структура композита образуется совокупностью квазиоднородных армированных слоев, определенным образом ориентированных относительно главных осей конструкции. При этом слои композита рассматриваются как однородная среда, математическая модель которой строится на основе экспериментально полученных данных

без объяснения механизмов, определяющих поведение композита. Свойства слоя композита определяются при соответствующих испытаниях параллельно армированных образцов, изготовленных тем же технологическим методом, что и слой рассматриваемой конструкции [32-42]. В этом случае получаемые экспериментально упругие, диссипативные и прочностные характеристики учитывают все технологические особенности изготовления материала.

2.1.1. Упругие свойства

В трехмерной постановке упругие свойства квазиоднородного слоя композита описываются в связанной с его микроструктурой естественной системе координат 123 , плоскости которой совпадают с плоскостями упругой симметрии (рис 2.1). Использование тканей в качестве армирующего элемента и совмещение направлений волокон основы и волокон утка с направлениями осей симметрии 1 и 2 естественной системы координат позволяет классифицировать слой композита как ортотропный материал. В этом случае обобщенный закон Гука записываются в виде [32-36]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix}. \quad (2.1)$$

Решая уравнения (2.1) относительно вектора деформаций $\{\varepsilon\}$, получим еще одну форму записи обобщенного закона Гука:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix}. \quad (2.2)$$

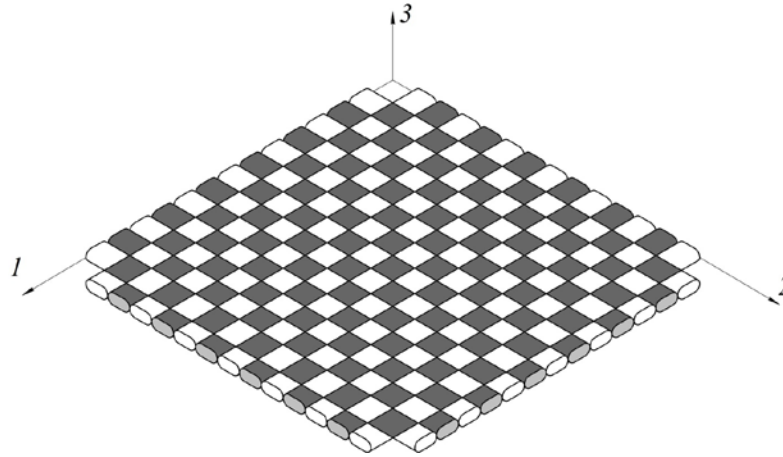


Рис. 2.1. Слой композита в естественной системе координат 123

Элементы векторов напряжений σ_i и деформаций ε_i ($i = \overline{1, 6}$) связаны с составляющими соответствующих тензоров σ_{ij} , ε_{ij} ($i, j = \overline{1, 3}$) следующими соотношениями:

$$\sigma_1 \equiv \sigma_{11}, \sigma_2 \equiv \sigma_{22}, \sigma_3 \equiv \sigma_{33}, \sigma_4 \equiv \sigma_{23}, \sigma_5 \equiv \sigma_{13}, \sigma_6 \equiv \sigma_{12},$$

$$\varepsilon_1 \equiv \varepsilon_{11}, \varepsilon_2 \equiv \varepsilon_{22}, \varepsilon_3 \equiv \varepsilon_{33}, \varepsilon_4 \equiv 2\varepsilon_{23}, \varepsilon_5 \equiv 2\varepsilon_{13}, \varepsilon_6 \equiv 2\varepsilon_{12}.$$

Входящие в соотношения (2.1), (2.2) коэффициенты жесткости C_{ij} и коэффициенты податливости S_{ij} вычисляются по известным величинам технических упругих постоянных: E_1, E_2, E_3 – модулей упругости в направлениях осей естественной системы координат 123 ; G_{12}, G_{13}, G_{23} – модулей сдвига в плоскостях $12, 13, 23$; коэффициентов Пуассона $\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$ (или $\nu_{21}, \nu_{31}, \nu_{32}$). Все перечисленные технические упругие постоянные ортотропного слоя композита определяются путем проведения статических или динамических испытаний образцов. Для технических упругих постоянных в плоскости армирования 12 ($E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}$) это действительно так. В то же время малая толщина опытных образцов не позволяет экспериментально определять значения упругих постоянных в

трансверсальном направлении (в направлении оси 3): E_3 , ν_{13} , ν_{23} . Поэтому при выполнении расчетов величины E_3 , ν_{13} , ν_{23} назначают, исходя из каких-либо не имеющих надежного обоснования субъективных предположений. Из малости толщин опытных образцов композитов также следует невозможность экспериментального определения вещественной и мнимой частей комплексной функции модуля упругости в трансверсальном направлении ($E_3^* = E_3' + i \cdot E_3''$) и необходимых для прогнозирования объемного предельного состояния ортотропного композита параметров прочности [39-41].

Острота перечисленных проблем, возникающих при экспериментальном определении физико-механических характеристик слоя композита, необходимых для описания его деформирования в трехмерной постановке, снижается при переходе к рассмотрению обобщенного плоского напряженного состояния этого слоя. Тогда вместо шестимерных пространств напряжений и деформаций рассматриваются аналогичные пятимерные пространства.

В случае обобщенного плоского напряженного состояния ортотропного квазиоднородного слоя композита обобщенный закон Гука записывается в виде:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix}, \quad (2.3)$$

где

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad Q_{12} = -\frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = -\frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}};$$

$$Q_{44} = G_{23}; \quad Q_{55} = G_{13}; \quad Q_{66} = G_{12};$$

Вторая форма записи обобщенного закона Гука такова:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix}, \quad (2.4)$$

где

$$S_{11} = \frac{1}{E_1}, \quad S_{12} = -\frac{\nu_{12}}{E_1} = -\frac{\nu_{21}}{E_2}, \quad S_{22} = \frac{1}{E_2}, \quad S_{44} = \frac{1}{G_{23}}, \quad S_{55} = \frac{1}{G_{13}}, \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}}.$$

Здесь E_1, E_2 – модули упругости в направлениях осей 1 и 2 ; G_{12}, G_{13}, G_{23} – модули сдвига в плоскостях $12, 13, 23$; ν_{12}, ν_{21} – коэффициенты Пуассона.

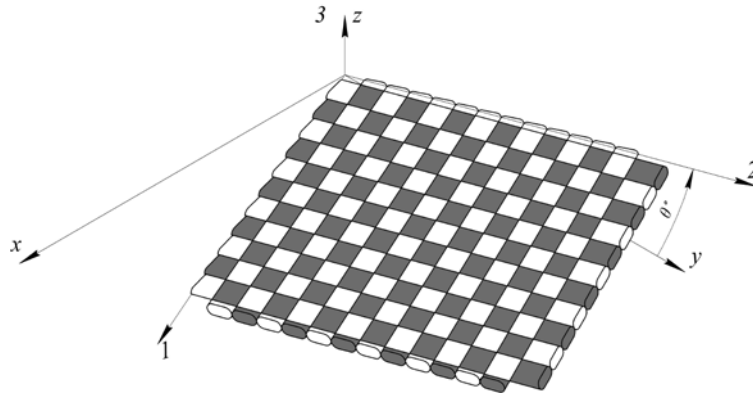


Рис. 2.2. Слой композита в системе координат xuz

При переходе от естественной системы координат 123 к системе координат xuz , полученной путем поворота осей 1 и 2 на некоторый угол θ относительно оси 3 , совпадающей с осью z (рис. 2.2), соотношения (2.3), (2.4) преобразуются к виду:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 0 & 0 & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & 0 & 0 & \bar{Q}_{26} \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (2.5)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & 0 & 0 & \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{12} & \bar{S}_{22} & 0 & 0 & \bar{S}_{26} \\ 0 & 0 & \bar{S}_{44} & \bar{S}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{S}_{45} & \bar{S}_{55} & 0 \\ \bar{S}_{16} & \bar{S}_{26} & 0 & 0 & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}. \quad (2.6)$$

Коэффициенты жесткости \bar{Q}_{ij} и коэффициенты податливости \bar{S}_{ij} моноклинного слоя композита связаны с коэффициентами жесткости Q_{ij} и коэффициентам податливости S_{ij} ортотропного слоя композита (в естественной системе координат 123) следующими соотношениями:

$$\begin{Bmatrix} \bar{Q}_{11} \\ \bar{Q}_{12} \\ \bar{Q}_{22} \\ \bar{Q}_{66} \\ \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{44} \\ \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{55} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m^4 & 2m^2n^2 & n^4 & 4m^2n^2 & 0 & 0 \\ m^2n^2 & m^4 + n^4 & m^2n^2 & -4m^2n^2 & 0 & 0 \\ n^4 & 2m^2n^2 & m^4 & 4m^2n^2 & 0 & 0 \\ m^2n^2 & -2m^2n^2 & m^2n^2 & (m^2 - n^2)^2 & 0 & 0 \\ m^3n & mn(n^2 - m^2) & -mn^3 & 2mn(n^2 - m^2) & 0 & 0 \\ mn^3 & mn(m^2 - n^2) & -m^3n & 2mn(m^2 - n^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m^2 & n^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -mn & mn \\ 0 & 0 & 0 & 0 & n^2 & m^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_{11} \\ Q_{12} \\ Q_{22} \\ Q_{66} \\ Q_{44} \\ Q_{55} \end{Bmatrix},$$

$$\begin{Bmatrix} \bar{S}_{11} \\ \bar{S}_{12} \\ \bar{S}_{22} \\ \bar{S}_{66} \\ \bar{S}_{16} \\ \bar{S}_{26} \\ \bar{S}_{44} \\ \bar{S}_{45} \\ \bar{S}_{55} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m^4 & 2m^2n^2 & n^4 & m^2n^2 & 0 & 0 \\ m^2n^2 & m^4 + n^4 & m^2n^2 & -m^2n^2 & 0 & 0 \\ n^4 & 2m^2n^2 & m^4 & m^2n^2 & 0 & 0 \\ 4m^2n^2 & -8m^2n^2 & 4m^2n^2 & (m^2 - n^2)^2 & 0 & 0 \\ 2m^3n & 2mn(n^2 - m^2) & -2mn^3 & mn(n^2 - m^2) & 0 & 0 \\ 2mn^3 & 2mn(m^2 - n^2) & -2m^3n & mn(m^2 - n^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m^2 & n^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -mn & mn \\ 0 & 0 & 0 & 0 & n^2 & m^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_{11} \\ S_{12} \\ S_{22} \\ S_{66} \\ S_{44} \\ S_{55} \end{Bmatrix},$$

где $m = \cos \theta$, $n = \sin \theta$.

При использовании технических постоянных матрица податливостей обобщенного закона Гука (2.6) принимает вид:

$$[\bar{S}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & 0 & 0 & \frac{\mu_{x,xy}}{G_{xy}} \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & 0 & 0 & \frac{\mu_{y,xy}}{G_{xy}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & \frac{\eta_{yz,xz}}{G_{xz}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\eta_{xz,yz}}{G_{yz}} & \frac{1}{G_{xz}} & 0 \\ \frac{\mu_{xy,x}}{E_x} & \frac{\mu_{xy,y}}{E_y} & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & 0 & 0 & \frac{\mu_{xy,x}}{E_x} \\ -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & \frac{1}{E_y} & 0 & 0 & \frac{\mu_{xy,y}}{E_y} \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & \frac{\eta_{xz,yz}}{G_{yz}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\eta_{yz,xz}}{G_{xz}} & \frac{1}{G_{xz}} & 0 \\ \frac{\mu_{x,xy}}{G_{xy}} & \frac{\mu_{y,xy}}{G_{xy}} & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Здесь E_x, E_y – модули упругости в направлениях осей x, y системы координат xuz ; G_{xy}, G_{xz}, G_{yz} – модули сдвига в плоскостях xu, xz, yz ; ν_{xy}, ν_{yx} – коэффициенты Пуассона; $\mu_{x,xy}, \mu_{y,xy}$ – коэффициенты взаимного влияния первого рода; $\mu_{xy,x}, \mu_{xy,y}$ – коэффициенты взаимного влияния второго рода; $\eta_{xz,yz}, \eta_{yz,xz}$ – коэффициенты Ченцова. В каждой паре коэффициентов Пуассона, коэффициентов взаимного влияния первого и второго рода, коэффициентов Ченцова независимым является только один соответствующий коэффициент.

Таким образом, в случае обобщенного плоского напряженного состояния моноклинного слоя композита матрица податливости обобщенного закона Гука содержит девять независимых упругих постоянных.

2.1.2. Диссипативные свойства

Диссипативные (демпфирующие) свойства композитов обусловлены множеством факторов, среди которых наиболее существенными являются: вязкоупругие свойства матрицы и волокон, терморазогрев композита в процессе его квазигармонического деформирования, кулоновское трение на

поверхностях раздела «волокно-матрица» [115, 116]. В случае малых колебаний композитных конструкций рассеяние энергии происходит, в основном, за счет вязкоупругой релаксации напряжений в матрице и в волокнах [115]. Интенсивность процесса релаксации определяется длиной и ориентацией армирующих волокон, относительным содержанием волокон в композите, температурой и влажностью окружающей среды [116-120].

В случае малых колебаний при постоянных температуре и влажности окружающей среды демпфирующие свойства полимеров практически не зависят от амплитуд напряжений, но существенно зависят от частоты колебаний [43, 115, 121]. В связи с этим для описания зависимости между напряжениями и деформациями широкое распространение получили уравнения линейной теории вязкоупругости, которые в режиме установившихся колебаний записываются в виде [122]

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} e^{i\omega t} = \begin{bmatrix} Q_{11}^*(\omega) & Q_{12}^*(\omega) & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12}^*(\omega) & Q_{22}^*(\omega) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44}^*(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55}^*(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66}^*(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} e^{i\omega t}, \quad (2.8)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} e^{i\omega t} = \begin{bmatrix} S_{11}^*(\omega) & S_{12}^*(\omega) & 0 & 0 & 0 \\ S_{12}^*(\omega) & S_{22}^*(\omega) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{44}^*(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{55}^*(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66}^*(\omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} e^{i\omega t}, \quad (2.9)$$

где ω – заданная круговая частота колебаний, $S_{ij}^*(\omega)$, $C_{ij}^*(\omega)$ – комплексные коэффициенты податливости и комплексные коэффициенты жесткости, определяемые соотношениями

$$S_{ij}^*(\omega) = \text{Re } S_{ij}(\omega) + i \cdot \text{Im } S_{ij}(\omega) = S'_{ij}(\omega) + i \cdot S''_{ij}(\omega) = S'_{ij}(\omega)[1 + i \cdot \eta_{ij}(\omega)],$$

$$C_{ij}^*(\omega) = \text{Re } C_{ij}(\omega) + i \cdot \text{Im } C_{ij}(\omega) = C'_{ij}(\omega) + i \cdot C''_{ij}(\omega) = C'_{ij}(\omega)[1 + i \cdot \hat{\eta}_{ij}(\omega)].$$

Здесь $\eta_{ij}(\omega) = S''(\omega) / S'(\omega)$ и $\hat{\eta}_{ij}(\omega) = C_{ij}''(\omega) / C_{ij}'(\omega)$ – коэффициенты механических потерь, $\eta_{ij}(\omega) \neq \hat{\eta}_{ij}(\omega)$.

Умножение правых и левых частей уравнений (2.8) и (2.9) на $1/e^{i\omega t}$ позволяет привести их к уравнениям вида (2.5), (2.6). Следовательно, при стационарных квазигармонических колебаниях зависимости между напряжениями и деформациями вязкоупругого слоя композита по форме совпадают с аналогичными зависимостями для линейно упругого слоя композита. Различие состоит в том, что матрицы $[Q^*(\omega)]$ и $[S^*(\omega)]$ содержат комплексные коэффициенты податливости и комплексные коэффициенты жесткости, в то время как элементы матриц $[Q]$ и $[S]$ являются вещественными величинами.

Использование комплексных коэффициентов жесткости и комплексных коэффициентов податливости является не только удобным способом объединения упругих и диссипативных характеристик в одном выражении, но и совместно с принципом упруго-вязкоупругого соответствия позволяет разрабатывать математические модели прогнозирования диссипативных характеристик композитных конструкций. В соответствии с принципом упруго-вязкоупругого соответствия решение задачи для стационарных гармонических колебаний вязкоупругого материала можно получить из решения соответствующей задачи для упругого тела путем замены упругих постоянных соответствующими комплексными вязкоупругими модулями или комплексными коэффициентами податливости [34, 41, 122]. Граничные условия для двух задач должны быть одинаковыми и в каждой задаче инерционный член может быть выражен в форме $\partial^2 u_i / \partial t^2$.

Армирование полимеров жесткими волокнами (стеклянными, углеродными, борными) существенно снижает интенсивность процессов релаксации напряжений в получаемых композитах. Последнее экспериментально подтверждено независимостью от частоты колебаний

величин вещественных и мнимых частей комплексных модулей упругости и сдвига стеклопластиков, углепластиков и боропластиков [93-98].

Из принципа упруго-вязкоупругого соответствия следует, что формулы преобразования упругих характеристик линейно упругого слоя композита при переходе от естественной системы координат 123 к некоторой произвольно ориентированной системе координат x_{123} будут справедливы при проведении аналогичных преобразований для вязкоупругого слоя композита. Очевидно, что для выполнения вычислений по этим формулам необходимо располагать совокупностью экспериментально определенных вещественных и мнимых частей комплексных модулей упругости $E_1^* = E_1'(1 + i \cdot \eta_1)$, $E_2^* = E_2'(1 + i \cdot \eta_2)$ и комплексных модулей сдвига $G_{23}^* = G_{23}'(1 + i \cdot \eta_{23})$, $G_{13}^* = G_{13}'(1 + i \cdot \eta_{13})$, $G_{12}^* = G_{12}'(1 + i \cdot \eta_{12})$ ортотропного вязкоупругого слоя композита в естественной системе координат. Коэффициенты Пуассона считаются вещественными величинами, т.е. $\nu_{12}^* = \nu_{12}'$, $\nu_{21}^* = \nu_{21}'$.

2.1.3. Локальный критерий прочности

При феноменологическом описании прочности слоя композита критерий прочности должен быть инвариантен по отношению к выбору системы координат и должен учитывать такие особенности анизотропных материалов как различие пределов прочности по разным направлениям при растяжении, сжатии и сдвиге. Разнообразие механизмов разрушения, обусловленное гетерогенной структурой композита, порождает различие пределов прочности при растяжении и сжатии по каждому направлению, а направление (знак) касательных напряжений – зависимость пределов прочности при сдвиге. Последнее свойство является существенной особенностью анизотропных материалов, неодинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию.

Наибольшее распространение получили описывающие гладкую предельную поверхность тензорно-полиномиальные критерии прочности, предложенные в работах [87-90]. Эти критерии широко используются в стандартных пакетах программ, реализующих метод конечных элементов. Их применение удобно, т. к. они описывают предельную поверхность единым уравнением, что не требует серии условных операторов. Среди множества тензорно-полиномиальных критериев наибольшее распространение получил критерий прочности Цая-Ву [88]. Для случая обобщенного плоского напряженного состояния ортотропного слоя композита критерий прочности Цая-Ву определяется уравнением

$$\{F_i\}^T \{\sigma\} + \{\sigma\}^T [F_{ij}] \{\sigma\} = 1, \quad (2.10)$$

где

$$\{F_i\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad [F_{ij}] = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & 0 & 0 & 0 \\ F_{12} & F_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F_{66} \end{bmatrix}, \quad \{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix}.$$

Параметры прочности F_i и F_{ij} находятся по формулам:

$$F_1 = \frac{1}{\hat{\sigma}_{11}^{(+)}} + \frac{1}{\hat{\sigma}_{11}^{(-)}}, \quad F_2 = \frac{1}{\hat{\sigma}_{22}^{(+)}} + \frac{1}{\hat{\sigma}_{22}^{(-)}}, \quad F_{11} = -\frac{1}{\hat{\sigma}_{11}^{(+)} \cdot \hat{\sigma}_{11}^{(-)}}, \quad F_{22} = -\frac{1}{\hat{\sigma}_{22}^{(+)} \cdot \hat{\sigma}_{22}^{(-)}},$$

$$F_{12} \approx -\frac{1}{2} \sqrt{F_{11} \cdot F_{22}}, \quad F_{44} = \frac{1}{\hat{\sigma}_{23}^2}, \quad F_{55} = \frac{1}{\hat{\sigma}_{13}^2}, \quad F_{66} = \frac{1}{\hat{\sigma}_{12}^2}.$$

Здесь $\hat{\sigma}_{11}^{(+)}$, $\hat{\sigma}_{22}^{(+)}$ и $\hat{\sigma}_{11}^{(-)}$, $\hat{\sigma}_{22}^{(-)}$ – пределы прочности при растяжении и сжатии в направлениях осей 1 и 2; $\hat{\sigma}_{12}$, $\hat{\sigma}_{13}$, $\hat{\sigma}_{23}$ – пределы прочности при сдвиге в плоскостях 12, 13, 23.

Популярности критерия прочности Цая-Ву для прогнозирования разрушения композитов при различных условиях нагружения в значительной степени способствовал международный исследовательский проект «World Wide Failure Exercise» (WWFE). В рамках этого проекта участникам –

авторам 19 теорий разрушения композитных материалов было предложено применить свои критерии для предсказания разрушения однонаправленных слоев композитов и слоистых композитных структур для 14 различных случаев нагружения, порождающих сложные напряженные состояния. Результаты, полученные по различным теориям разрушения, сравнивались между собой и с экспериментальными данными. На основе количественной оценки организаторами проекта были отобраны и рекомендованы для практического использования пять лучших критериев разрушения, в числе которых оказался и критерий Цая-Ву [123].

2.1.4. Механические свойства ортотропных слоев композита

Из анализа существующих конструкций композитных упругих муфт следует вывод о целесообразности использования стеклопластика в качестве материала для изготовления их силовых элементов. Эффективность создания упругих элементов из стеклопластика обусловлена сочетанием высокой прочности и высокой деформативности этого материала [39, 40]. В отечественной практике изготовление композитных упругих муфт производится методом контактного формования или методом вакуумной инфузии.

В соответствии с принятым в настоящей работе структурно-феноменологическим подходом свойства слоя композита в естественной системе координат определяются при испытаниях образцов, изготовленных тем же технологическим методом, что и слои рассматриваемой конструкции. Поэтому в таблице 2.1 приведены необходимые для проведения расчетов экспериментально определенные физико-механические характеристики слоев стеклопластика Т-10-14 / DION FR 9300, изготовленных методом контактного формования и методом вакуумной инфузии.

Сопоставление данных, приведенных в таблице 2.1, позволяет отметить, что повышенное относительное содержание армирующего материала в

композиции (Ψ), создаваемой в процессе инфузии, сопровождается более высокими (на 15-20 %) величинами модулей упругости и сдвига композита.

Таблица 2.1. Физико-механические характеристики параллельно армированных стеклопластиков Т-10-14 / DION FR 9300

Характеристика	Метод формования	
	контактн.	инфузия
Плотность ρ , кг/м ³	1660	1850
Модули упругости: – в основном направлении E_1 , ГПа – в уточном направлении E_2 , ГПа	18,5 14,1	27,0 18,8
Модули сдвига – в плоскости армирования G_{12} , ГПа – межслойный в основном направлении G_{13} , ГПа – межслойный в уточном направлении G_{23} , ГПа	4,0 2,7 2,7	5,7 4,3 4,3
Коэффициент Пуассона ν_{12}	0,23	0,21
Пределы прочности при растяжении – в основном направлении $\hat{\sigma}_{11}^{(+)}$, МПа – в уточном направлении $\hat{\sigma}_{22}^{(+)}$, МПа	480 260	640 320
Предел прочности при сжатии – в основном направлении $\hat{\sigma}_{11}^{(-)}$, МПа – в уточном направлении $\hat{\sigma}_{22}^{(-)}$, МПа	295 200	315 225
Предел прочности при сдвиге в плоскости армирования $\hat{\sigma}_{12}$, МПа	120	130
Пределы прочности при межслойном сдвиге – в основном направлении $\hat{\sigma}_{13}$, МПа – в уточном направлении $\hat{\sigma}_{23}$, МПа	33 33	42 42
Коэффициенты механических потерь при продольном циклическом деформировании – в основном направлении η_1 – в уточном направлении η_2	0,0065 0,0082	0,0043 0,0059
Коэффициент механических потерь при сдвиговом циклическом деформировании в плоскости армирования η_{12}	0,0175	0,0116
Коэффициент механических потерь при межслойном сдвиговом циклическом деформировании – в основном направлении η_{13} – в уточном направлении η_{23}	0,026 0,026	0,018 0,018

Однако, величина Ψ практически не влияет на степень анизотропии слоя композита (E_1 / E_2), определяемую степенью анизотропии армирующего материала. Увеличение относительного содержания армирующего материала

в композиции сопровождается существенным повышением пределов прочности при растяжении вдоль направления основного армирования, и незначительным повышением определяемых свойствами полимерной матрицы пределов прочности при сжатии.

2.2. Моделирование механических свойств слоистого композита

Как правило, композитная структура представляет собой совокупность множества определенным образом ориентированных слоев различных изотропных или анизотропных материалов, механические свойства которых определяются экспериментально. Поскольку из конечного числа разнородных слоев композита ($k = \overline{1, n}$) можно скомпоновать бесконечное множество слоистых материалов, то идея их изучения экспериментальными методами выглядит нереалистичной. Более плодотворным является применение методов математического моделирования для прогнозирования упругих, диссипативных и прочностных характеристик слоистых композитных структур, в которых помимо информации о количестве и последовательности укладки слоев используются экспериментально определенные величины геометрических и механических свойств компонуемых материалов.

Используя уточненную теорию слоистых пластин первого порядка, запишем систему линейных алгебраических уравнений, связывающую усилия и деформации слоистой композитной структуры [41, 42]

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_{yz} \\ Q_{xz} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{44} & A_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} e_x \\ e_y \\ e_{xy} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \\ e_{yz} \\ e_{xz} \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

где

$$\begin{aligned} & \{e_x \quad e_y \quad e_{yz} \quad e_{xz} \quad e_{xy} \quad k_x \quad k_y \quad k_{xy}\} = \\ & = \{u_{,x} \quad v_{,y} \quad \Theta_x + w_{,y} \quad \Theta_y + w_{,x} \quad u_{,y} + v_{,x} \quad \Theta_{y,x} \quad \Theta_{x,y} \quad \Theta_{y,y} + \Theta_{x,x}\}, \\ & (A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij}(1, z, z^2) dz, \quad (i, j = 1, 2, 6), \\ & A_{ij} = \frac{5}{4} \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{ij} [1 - (2z/h)^2] dz, \quad (i, j = 4, 5). \end{aligned}$$

Здесь u, v, w – линейные перемещения точек срединной плоскости xu в направлении осей x, y, z ; Θ_x, Θ_y – углы поворота линейных элементов относительно осей x, y , проходящих через точки (x, y) и перпендикулярных срединной плоскости; $e_x, e_y, e_{yz}, e_{xz}, e_{xy}$ – элементы вектора мембранных и сдвиговых деформаций; k_x, k_y, k_{xy} – элементы вектора кривизн и кручения; h – суммарная толщина слоистого композита (рис. 2.3).

Решая уравнения (2.11) относительно вектора деформаций, получим

$$\begin{pmatrix} e_x \\ e_y \\ e_{xy} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \\ e_{yz} \\ e_{xz} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} & b_{11} & b_{12} & b_{16} & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} & b_{12} & b_{22} & b_{26} & 0 & 0 \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} & b_{16} & b_{26} & b_{66} & 0 & 0 \\ b_{11} & b_{12} & b_{16} & d_{11} & d_{12} & d_{16} & 0 & 0 \\ b_{12} & b_{22} & b_{26} & d_{12} & d_{22} & d_{26} & 0 & 0 \\ b_{16} & b_{26} & b_{66} & d_{16} & d_{26} & d_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{44} & a_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{45} & a_{55} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_{yz} \\ Q_{xz} \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

При нахождении поперечных усилий Q_{xz} и Q_{yz} несмотря на разрывы в свойствах материала на поверхностях отдельных слоев вводится непрерывная весовая функция [124]

$$f(z) = \frac{5}{4} \left[1 - \left(\frac{2z}{h} \right)^2 \right].$$

Независимая аппроксимация поперечных касательных напряжений по толщине слоистого композита вносит лишь формальное противоречие в

уточненную теорию пластин первого порядка, т.к. соотношения упругости для них выполняются интегрально по толщине пакета [125].

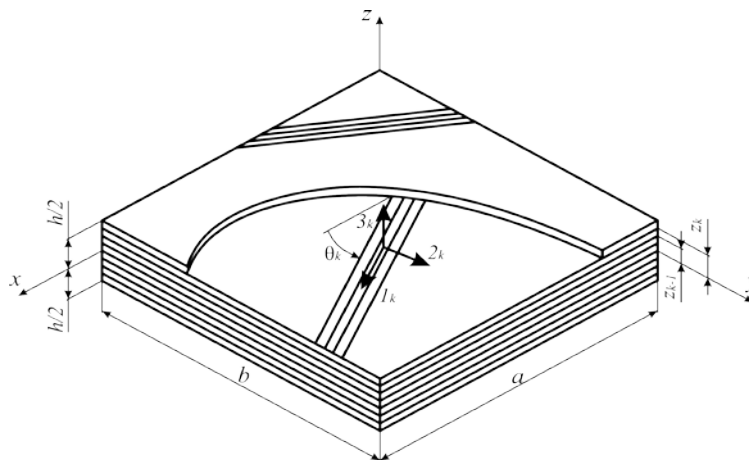


Рис. 2.3. Слоистая композитная структура

Уравнения (2.11), (2.12) описывают упругую реакцию моноклинного слоистого композита, образованного совокупностью множества произвольно ориентированных слоев различных материалов, на приложенные к нему напряжения. Однако структуры армирования подавляющего большинства композитных конструкций обладают определенной регулярностью, приводящей к упрощению общих соотношений. Поэтому далее рассмотрим некоторые частные случаи структур армирования слоистых композитов.

Симметричный моноклинный слоистый композит характеризуется симметрией геометрии (толщин слоев, их расположения относительно срединной плоскости и ориентации относительно глобальной системы координат xuz) и симметрией свойств материалов слоев относительно срединной плоскости слоистой структуры. Для симметричного слоистого композита $B_{ij} = 0$, $b_{ij} = 0$ ($i, j = 1, 2, 6$) и соотношения (2.11), (2.12) приводятся к виду

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_{yz} \\ Q_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{44} & A_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_{xy} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \\ e_{yz} \\ e_{xz} \end{Bmatrix}, \quad (2.13)$$

$$\begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_{xy} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \\ e_{yz} \\ e_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{11} & d_{12} & d_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{12} & d_{22} & d_{26} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{16} & d_{26} & d_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{44} & a_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{45} & a_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_{yz} \\ Q_{xz} \end{Bmatrix}. \quad (2.14)$$

В уравнениях (2.14) используются следующие обозначения:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{A_{22}A_{66} - A_{26}^2}{|A|}, & a_{22} &= \frac{A_{11}A_{66} - A_{16}^2}{|A|}, & a_{12} &= \frac{A_{16}A_{26} - A_{12}A_{66}}{|A|}, \\ a_{66} &= \frac{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}{|A|}, & a_{16} &= \frac{A_{12}A_{26} - A_{22}A_{16}}{|A|}, & a_{26} &= \frac{A_{12}A_{16} - A_{11}A_{26}}{|A|}, \\ a_{44} &= \frac{A_{55}}{A_{44}A_{55} - A_{45}^2}, & a_{45} &= \frac{-A_{45}}{A_{44}A_{55} - A_{45}^2}, & a_{55} &= \frac{A_{44}}{A_{44}A_{55} - A_{45}^2}, \\ d_{11} &= \frac{D_{22}D_{66} - D_{26}^2}{|D|}, & d_{22} &= \frac{D_{11}D_{66} - D_{16}^2}{|D|}, & d_{12} &= \frac{D_{16}D_{26} - D_{12}D_{66}}{|D|}, \\ d_{66} &= \frac{D_{11}D_{22} - D_{12}^2}{|D|}, & d_{16} &= \frac{D_{12}D_{26} - D_{22}D_{16}}{|D|}, & d_{26} &= \frac{D_{12}D_{16} - D_{11}D_{26}}{|D|}, \end{aligned}$$

где

$$|A| = \det[A] = (A_{11}A_{22} - A_{12}^2)A_{66} + 2A_{12}A_{26}A_{16} - A_{11}A_{26}^2 - A_{22}A_{16}^2,$$

$$|D| = \det[D] = (D_{11}D_{22} - D_{12}^2)D_{66} + 2D_{12}D_{26}D_{16} - D_{11}D_{26}^2 - D_{22}D_{16}^2.$$

Из уравнений (2.13), (2.14) следует, что действующие в плоскости симметричного слоистого композита усилия являются функциями только вектора деформаций срединной плоскости, а изгибающие и крутящий моменты являются функциями только вектора кривизны и кручения. Следовательно, присущая несимметричным слоистым структурам мембранно-изгибная связанность в симметричных слоистых композитах исчезает. Поэтому симметричные слоистые композиты наиболее широко распространены в технике. Если по каким-либо причинам невозможно использование несимметричных структур, целесообразно размещать несимметричный слой (или группу слоев) максимально близко к срединной плоскости, поскольку при этом минимизируется степень мембранно-изгибной связанности, которая при изменениях температуры и влагосодержания в технологическом процессе изготовления может приводить к короблению слоистого композита.

Далее рассматриваются две структуры армирования симметричного слоистого композита, наиболее часто используемых при создании тел вращения, к которым относятся упругие муфты:

1) Квазиизотропный в плоскости армирования симметричный слоистый композит, образованный совокупностью слоев, ориентированных в четырех направлениях относительно глобальной системы координат xuz : $[0^\circ / 45^\circ / -45^\circ / 90^\circ]_{ns}$. В каждом из направлений ориентации присутствует равное число слоев. Несмотря на квазиизотропию мембранных жесткостей ($A_{11} = A_{22}$) изгибные жесткости этой слоистой структуры не изотропны ($D_{11} \neq D_{22}$) и даже не ортотропны ($D_{16} \neq 0$, $D_{26} \neq 0$).

2) Уравновешенный симметричный слоистый композит $[+\theta / -\theta]_{ns}$. Слоистый композит называется уравновешенным, если в глобальной системе координат xuz каждому слою, ориентированному в направлении θ , соответствует слой, ориентированный в направлении $-\theta$. Слои должны

иметь одинаковую толщину и одинаковые свойства материала. В этом случае для указанных пар слоев справедливы равенства: $\bar{Q}_{11}(\theta) = \bar{Q}_{11}(-\theta)$, $\bar{Q}_{12}(\theta) = \bar{Q}_{12}(-\theta)$, $\bar{Q}_{22}(\theta) = \bar{Q}_{22}(-\theta)$, $\bar{Q}_{44}(\theta) = \bar{Q}_{44}(-\theta)$, $\bar{Q}_{55}(\theta) = \bar{Q}_{55}(-\theta)$, $\bar{Q}_{66}(\theta) = \bar{Q}_{66}(-\theta)$, $\bar{Q}_{16}(\theta) = -\bar{Q}_{16}(-\theta)$, $\bar{Q}_{26}(\theta) = -\bar{Q}_{26}(-\theta)$, $\bar{Q}_{45}(\theta) = -\bar{Q}_{45}(-\theta)$.

Для квазиизотропного в плоскости армирования и уравновешенного симметричных слоистых композитов $A_{16} = A_{26} = 0$, $a_{16} = a_{26} = 0$. Тогда соотношения (2.13), (2.14) принимают вид:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_{yz} \\ Q_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{44} & A_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_{xy} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \\ e_{yz} \\ e_{xz} \end{Bmatrix}. \quad (2.15)$$

$$\begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_{xy} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \\ e_{yz} \\ e_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{11} & d_{12} & d_{16} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{12} & d_{22} & d_{26} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{16} & d_{26} & d_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{44} & a_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{45} & a_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_{yz} \\ Q_{xz} \end{Bmatrix}. \quad (2.16)$$

2.2.1. Математические модели эффективных механических свойств симметричного слоистого композита

В настоящее время прогнозирование реакции слоистых композитов и конструкций из них на приложенные воздействия выполняется по одной из двух схем. В первой схеме принимается, что слоистый материал состоит из

однородных ортотропных или трансверсально-изотропных слоев. Материал рассчитывается последовательно слой за слоем по известным механическим свойствам каждого типа слоев, компонуемых в слоистую структуру. При этом требуется выполнять расчет полей деформаций и полей напряжений в каждом слое для каждого сочетания нагрузок и ориентации слоев. При использовании второй схемы слоистый материал считается однородным и анизотропным (не обязательно ортотропным). В этом случае не требуется выполнять расчет полей деформаций и полей напряжений в каждом слое, поскольку данная схема основана на использовании эффективных характеристик слоистой структуры в целом. Однако для каждой из рассматриваемых структур армирования материала следует находить основные эффективные упругие, диссипативные и прочностные характеристики. По существу вторая схема основана на замене неоднородного слоистого материала эквивалентным однородным однослойным материалом (эквивалентным однородным слоем), матрицы жесткостей и податливостей которого имеют вид (2.5), (2.6). Суммарная толщина неоднородного слоистого материала равна толщине эквивалентного однородного слоя h .

Традиционно при разработке конструкций используются экспериментальные величины эффективных характеристик слоистых композитов, определенные при испытаниях на одноосное растяжение/сжатие и сдвиг в плоскости армирования опытных образцов. Полученные результаты используются и для прогнозирования деформирования композитных конструкций, к которым помимо мембранных усилий приложены изгибающие и крутящие моменты. При этом независимо от числа и ориентации компонуемых слоев по умолчанию предполагается существование трех плоскостей упругой симметрии слоистой структуры, т.е. слоистый композит рассматривается как ортотропный материал. В то же время очевидно, что зависящая только от относительного объемного содержания слоев компонуемых материалов величина любой эффективной

характеристики при одноосном растяжении/сжатии и сдвиге может значительно отличаться от аналогичной величины при изгибе/кручении, на которую помимо относительного объемного содержания также влияет последовательность расположения слоев по толщине структуры. Поэтому эффективные свойства слоистых композитов должны определяться для заранее оговоренных условий нагружения.

2.2.2. Математическая модель эффективных упругих постоянных

Эффективные упругие постоянные симметричного слоистого композита (в условиях постоянной температуры и влажности окружающей среды) при растяжении/сжатии, изгибе/кручении и межслойном сдвиге определяются соотношениями, приведенными в таблице 2.2 [41].

Рассмотрим два типа симметричных слоистых композитов, широко используемых в конструкциях упругих муфт:

– уравновешенный симметричный слоистый композит контактного метода формования $[+\theta / -\theta]_{ns}$ ($\theta \in [-90^0, 90^0]$), образованный слоями стеклопластика Т-10-14 / DION FR 9300;

– формуемый методом вакуумной инфузии квазиизотропный в плоскости армирования симметричный слоистый композит $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$ ($\theta \in [-180^0, 180^0]$), образованный слоями стеклопластика Т-10-14 / DION FR 9300.

Рассмотрены графики функций $\tilde{E}_x = \tilde{E}_x(\theta)$, $\tilde{E}_y = \tilde{E}_y(\theta)$, $\tilde{G}_{xy} = \tilde{G}_{xy}(\theta)$, $\tilde{\nu}_{xy} = \tilde{\nu}_{xy}(\theta)$, $\tilde{\nu}_{yx} = \tilde{\nu}_{yx}(\theta)$ для уравновешенного симметричного слоистого композита $[+\theta / -\theta]_{ns}$, приведенные на рис. 2.4 – рис. 2.8. Здесь θ – угол между направлением армирующих слоев и направлением приложения усилия ($\theta \in [-90^0, 90^0]$). Аналогичные графики для слоистого композита $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$ ($\theta \in [-180^0, 180^0]$) приведены на рис. 2.10 – рис. 2.14.

Таблица 2.2. Формулы для вычисления эффективных упругих постоянных симметричного слоистого композита [41]

При растяжении/сжатии	При изгибе/кручении
$\tilde{E}_x = \frac{1}{ha_{11}} = \frac{ A }{h(A_{22}A_{66} - A_{26}^2)}$	$\tilde{E}_x = \frac{12}{h^3d_{11}} = \frac{12 D }{h^3(D_{22}D_{66} - D_{26}^2)}$
$\tilde{E}_y = \frac{1}{ha_{22}} = \frac{ A }{h(A_{11}A_{66} - A_{16}^2)}$	$\tilde{E}_y = \frac{12}{h^3d_{22}} = \frac{12 D }{h^3(D_{11}D_{66} - D_{16}^2)}$
$\tilde{G}_{xy} = \frac{1}{ha_{66}} = \frac{ A }{h(A_{11}A_{22} - A_{12}^2)}$	$\tilde{G}_{xy} = \frac{12}{h^3d_{66}} = \frac{12 D }{h^3(D_{11}D_{22} - D_{12}^2)}$
$\tilde{\nu}_{xy} = -\frac{a_{12}}{a_{11}} = -\frac{A_{16}A_{26} - A_{12}A_{66}}{A_{22}A_{66} - A_{26}^2}$	$\tilde{\nu}_{xy} = -\frac{d_{12}}{d_{11}} = -\frac{D_{16}D_{26} - D_{12}D_{66}}{D_{22}D_{66} - D_{26}^2}$
$\tilde{\nu}_{yx} = -\frac{a_{12}}{a_{22}} = -\frac{A_{16}A_{26} - A_{12}A_{66}}{A_{11}A_{66} - A_{16}^2}$	$\tilde{\nu}_{yx} = -\frac{d_{12}}{d_{22}} = -\frac{D_{16}D_{26} - D_{12}D_{66}}{D_{11}D_{66} - D_{16}^2}$
$\tilde{\mu}_{x,xy} = \frac{a_{16}}{a_{66}} = \frac{A_{12}A_{26} - A_{22}A_{16}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}$	$\tilde{\mu}_{x,xy} = \frac{d_{16}}{d_{66}} = \frac{D_{12}D_{26} - D_{22}D_{16}}{D_{11}D_{22} - D_{12}^2}$
$\tilde{\mu}_{y,xy} = \frac{a_{26}}{a_{66}} = \frac{A_{12}A_{16} - A_{11}A_{26}}{A_{11}A_{22} - A_{12}^2}$	$\tilde{\mu}_{y,xy} = \frac{d_{26}}{d_{66}} = \frac{D_{12}D_{16} - D_{11}D_{26}}{D_{11}D_{22} - D_{12}^2}$
$\tilde{\mu}_{xy,x} = \frac{a_{16}}{a_{11}} = \frac{A_{12}A_{26} - A_{22}A_{16}}{A_{22}A_{66} - A_{26}^2}$	$\tilde{\mu}_{xy,x} = \frac{d_{16}}{d_{11}} = \frac{D_{12}D_{26} - D_{22}D_{16}}{D_{22}D_{66} - D_{26}^2}$
$\tilde{\mu}_{xy,y} = \frac{a_{26}}{a_{22}} = \frac{A_{12}A_{16} - A_{11}A_{26}}{A_{11}A_{66} - A_{16}^2}$	$\tilde{\mu}_{xy,y} = \frac{d_{26}}{d_{22}} = \frac{D_{12}D_{16} - D_{11}D_{26}}{D_{11}D_{66} - D_{16}^2}$
При межслойном сдвиге	
$\tilde{G}_{xz} = \frac{6}{5ha_{55}} = \frac{6}{5h} \frac{A_{44}A_{55} - A_{45}^2}{A_{44}}$	$\tilde{G}_{yz} = \frac{6}{5ha_{44}} = \frac{6}{5h} \frac{A_{44}A_{55} - A_{45}^2}{A_{55}}$
$\tilde{\eta}_{xz,yz} = \frac{a_{45}}{a_{44}} = -\frac{A_{45}}{A_{55}}$	$\tilde{\eta}_{yz,xz} = \frac{a_{45}}{a_{55}} = -\frac{A_{45}}{A_{44}}$

На рис. 2.4 – рис. 2.8, рис. 2.10 – рис. 2.14 и далее сплошными серыми линиями обозначены эффективные механические характеристики при одноосном растяжении/сжатии (t/c) и сдвиге в плоскости армирования. Черные сплошные, пунктирные и точечные линии соответствуют аналогичным зависимостям при изгибе/кручении (b/T) для различных значений n . На рис. 2.9, рис. 2.15 приведены графики функций максимальных расхождений величин эффективных упругих постоянных рассматриваемых слоистых композитов $|\Delta_{\alpha \max}| = |\Delta_{\alpha \max}(n)|$ ($\Delta_{\alpha} = [(\tilde{\alpha}_{t/c} / \tilde{\alpha}_{b/T}) - 1] \cdot 100\%$, $\tilde{\alpha} = \tilde{E}_x, \tilde{E}_y, \tilde{G}_{xy}, \tilde{\nu}_{xy}, \dots$; n – число повторяющихся пакетов слоев, компонуемых в слоистую структуру).

Из анализа приведенных на рис. 2.9 результатов следует, что для слоистого композита $[+\theta / -\theta]_{ns}$ при $n \geq 2$ расхождения между значениями эффективных упругих постоянных, вычисленных при растяжении/сжатии и при изгибе/кручении, удовлетворяют неравенствам $|\Delta_{\alpha \max}| \leq 1,5\%$ при $\theta \in [-90^0, 90^0]$. Малость величин $\Delta_{\alpha \max}$ позволяет:

- с достаточной для инженерных расчетов точностью считать уравновешенный слоистый композит $[+\theta / -\theta]_{ns}$ ортотропным материалом,
- использовать определенные при одноосном растяжении/сжатии значения эффективных упругих постоянных для прогнозирования его деформирования при изгибе/кручении.

Представленные на рис. 2.15 результаты свидетельствуют о том, что по сравнению со слоистым композитом $[+\theta / -\theta]_{ns}$ слоистый композит $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$ более чувствителен к влиянию последовательности расположения слоев по толщине структуры. Это подтверждается сопоставлением графиков эффективных упругих постоянных, определенных для различных условий нагружения (рис. 2.10 – рис. 2.14).

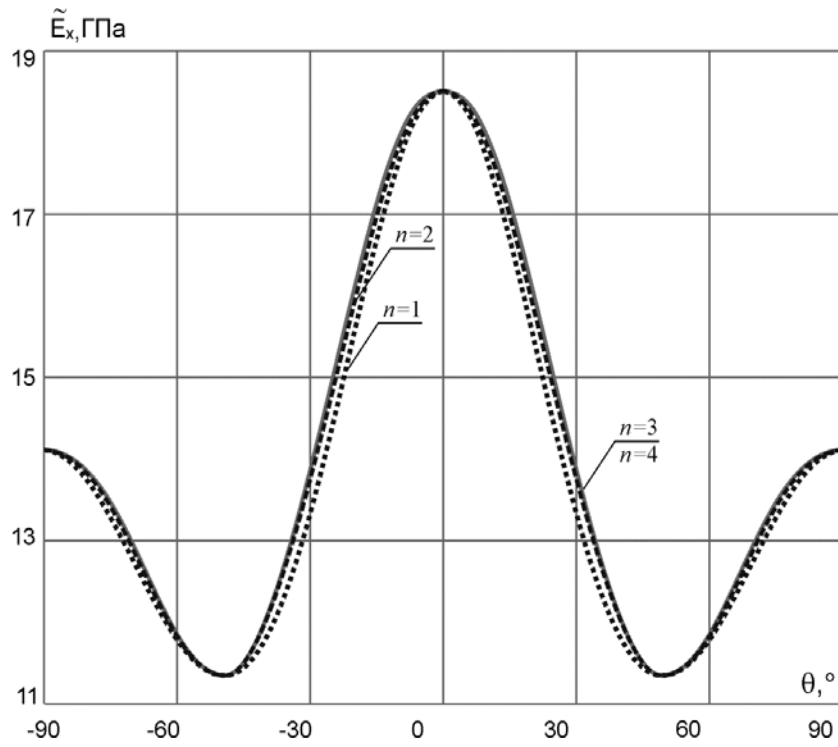


Рис. 2.4. Зависимости эффективных модулей упругости $\tilde{E}_x = \tilde{E}_x(\theta)$ слоистого композита $[+\theta / -\theta]_{ns}$ при различных значениях n

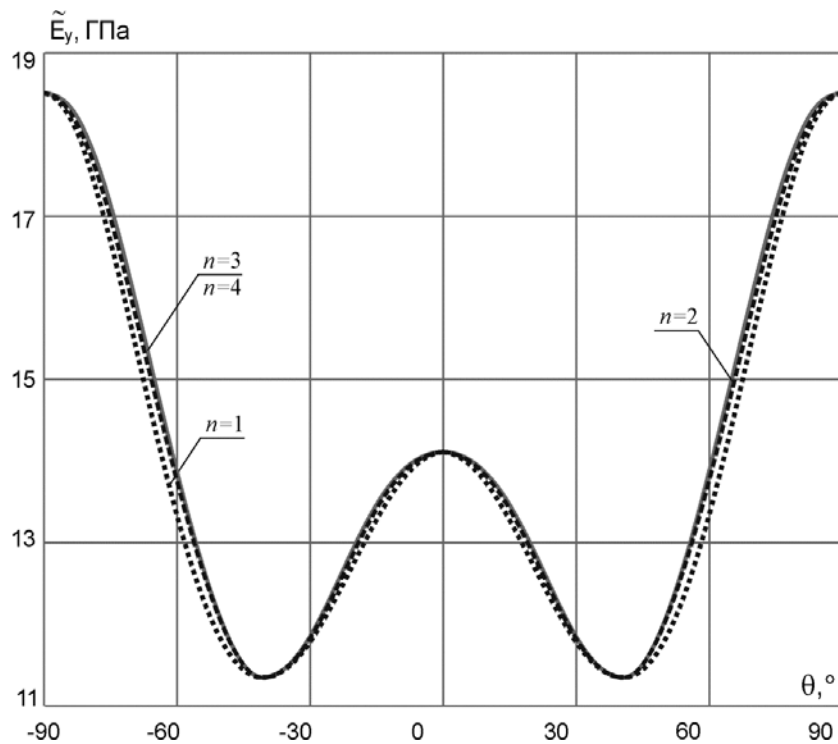


Рис. 2.5. Зависимости эффективных модулей упругости $\tilde{E}_y = \tilde{E}_y(\theta)$ слоистого композита $[+\theta / -\theta]_{ns}$ при различных значениях n

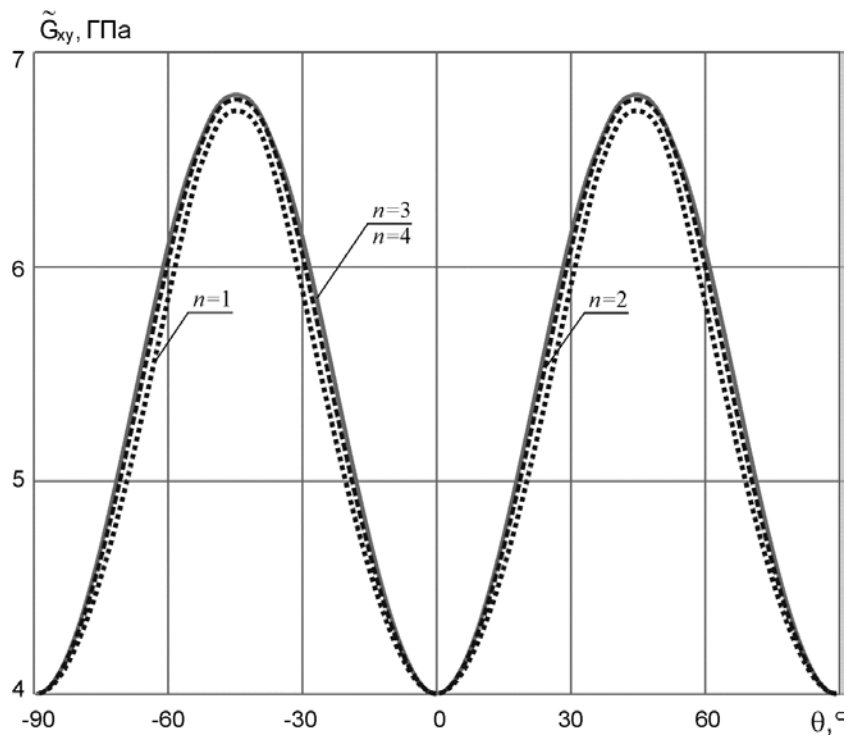


Рис. 2.6. Зависимости эффективных модулей сдвига в плоскости армирования $\tilde{G}_{xy} = \tilde{G}_{xy}(\theta)$ слоистого композита $[+\theta / -\theta]_{ns}$ при различных значениях n

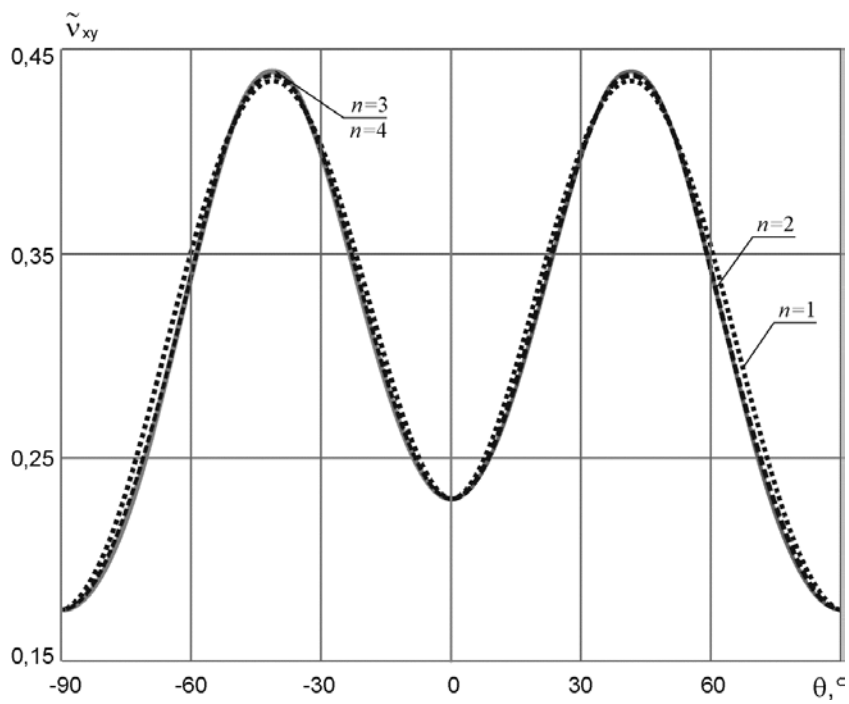


Рис. 2.7. Зависимости эффективных коэффициентов Пуассона $\tilde{\nu}_{xy} = \tilde{\nu}_{xy}(\theta)$ слоистого композита $[+\theta / -\theta]_{ns}$ при различных значениях n

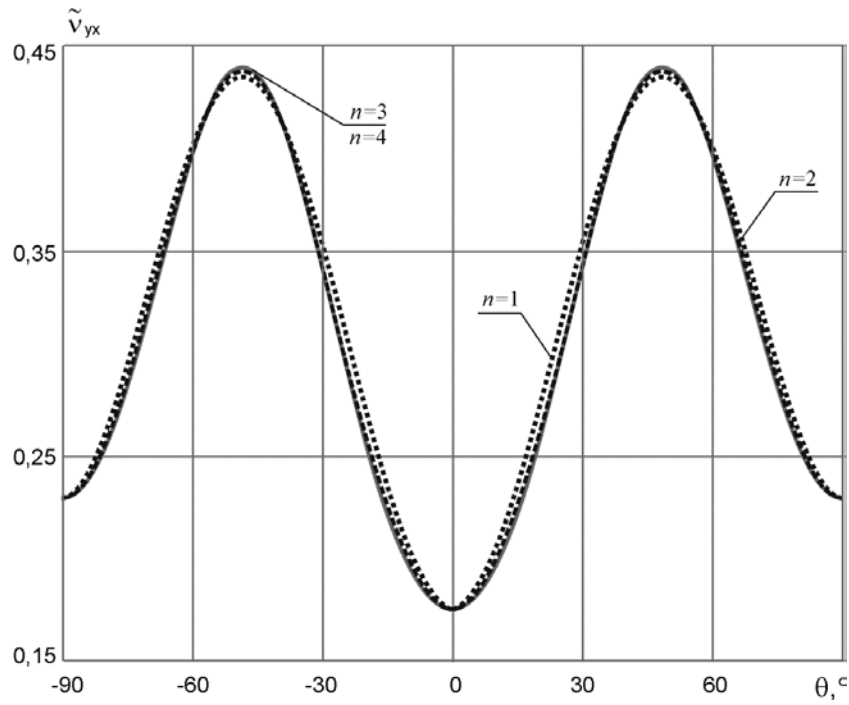


Рис. 2.8. Зависимости эффективных коэффициентов Пуассона $\tilde{\nu}_{yx} = \tilde{\nu}_{yx}(\theta)$ слоистого композита $[+\theta / -\theta]_{ns}$ при различных значениях n

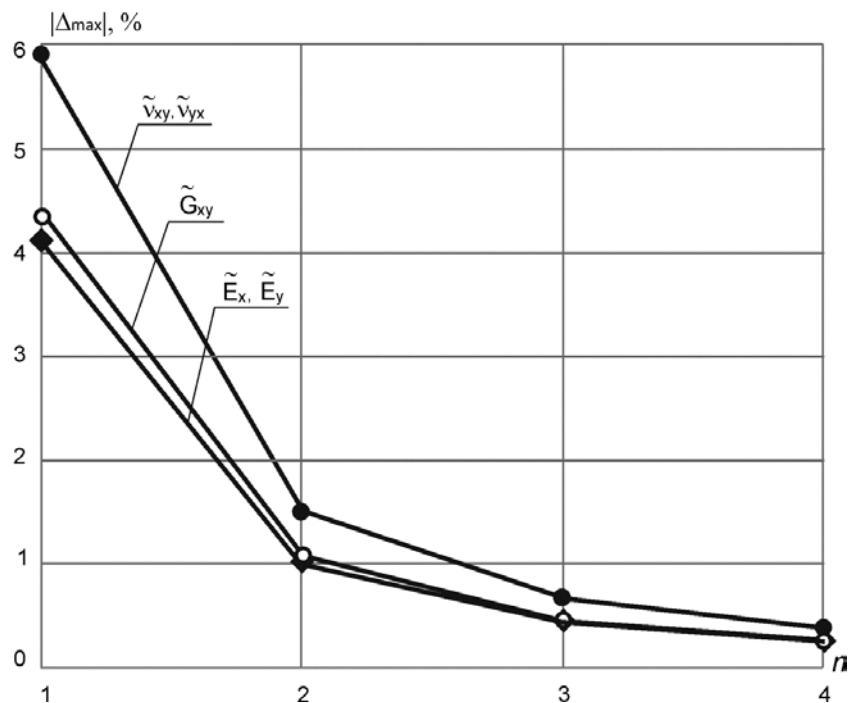


Рис. 2.9. Зависимости максимальных расхождений величин эффективных упругих постоянных слоистого композита $[+\theta / -\theta]_{ns}$, вычисленных при растяжении/сжатии и при изгибе/кручении для различных значений n

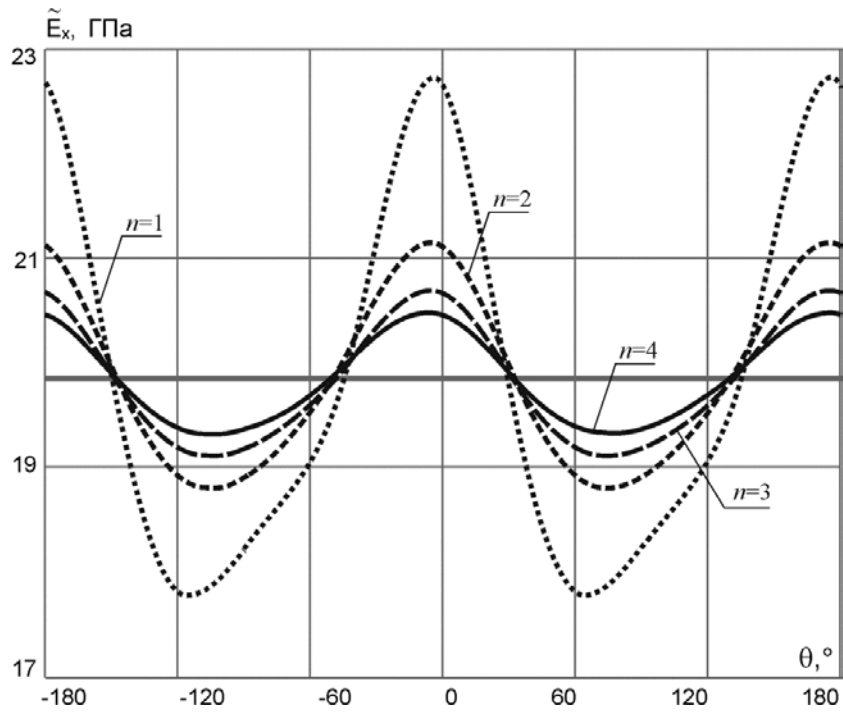


Рис. 2.10. Зависимости эффективных модулей упругости $\tilde{E}_x = \tilde{E}_x(\theta)$ слоистого композита $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$ при различных значениях n

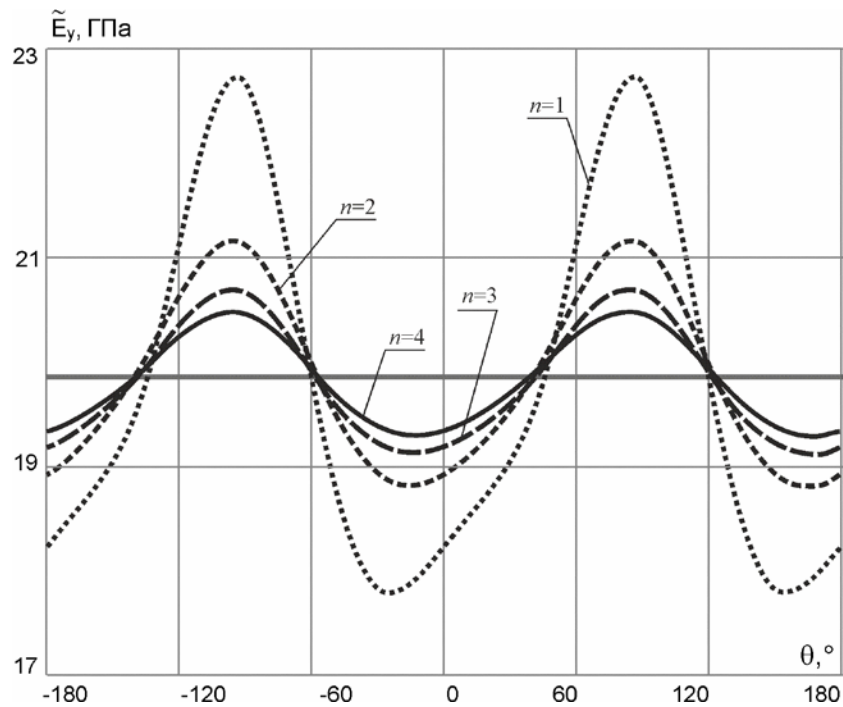


Рис. 2.11. Зависимости эффективных модулей упругости $\tilde{E}_y = \tilde{E}_y(\theta)$ слоистого композита $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$ при различных значениях n

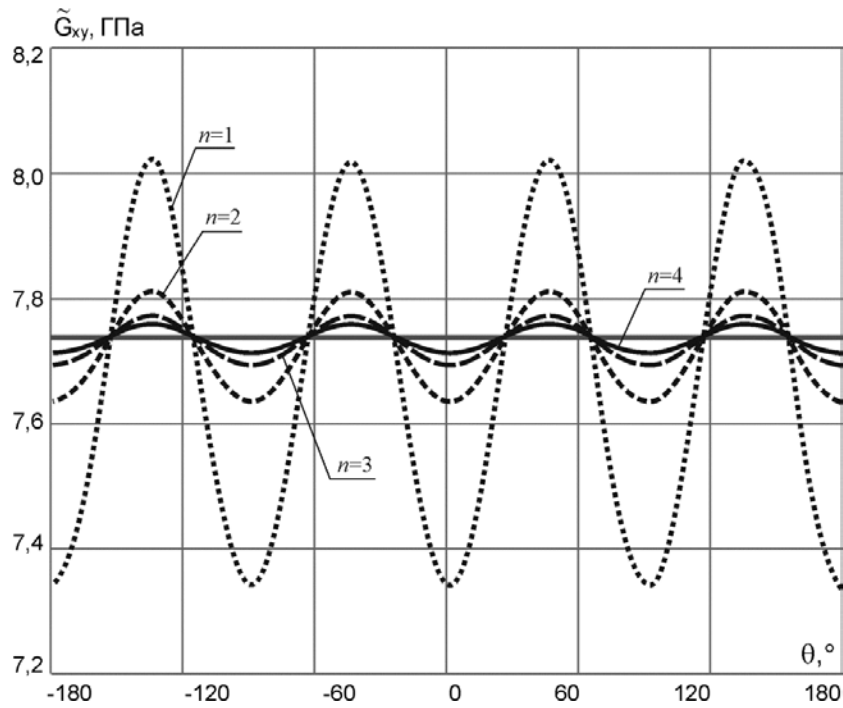


Рис. 2.12. Зависимости эффективных модулей сдвига в плоскости армирования $\tilde{G}_{xy} = \tilde{G}_{xy}(\theta)$ слоистого композита $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$ при различных значениях n

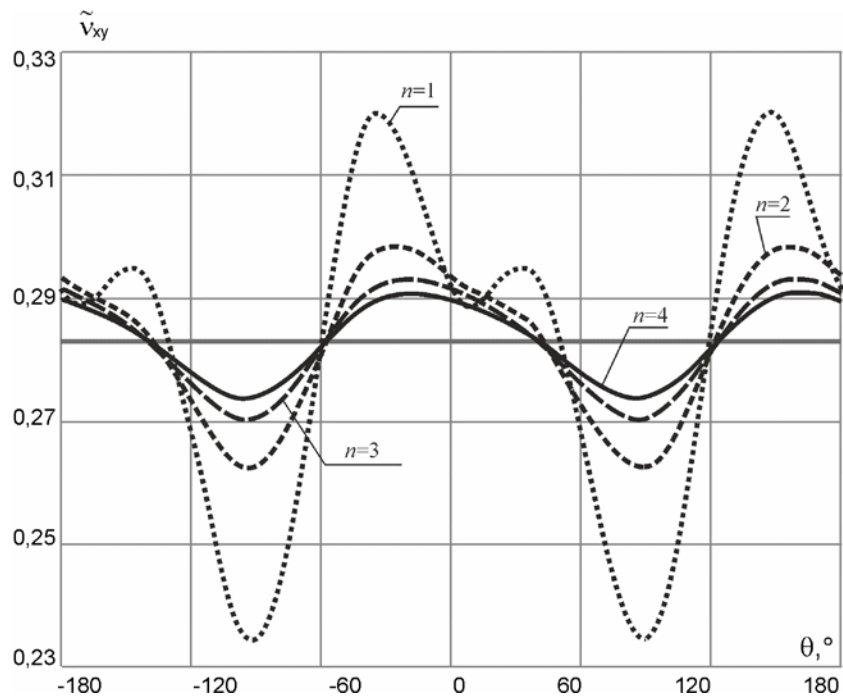


Рис. 2.13. Зависимости эффективных коэффициентов Пуассона $\tilde{\nu}_{xy} = \tilde{\nu}_{xy}(\theta)$ слоистого композита $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$ при различных значениях n

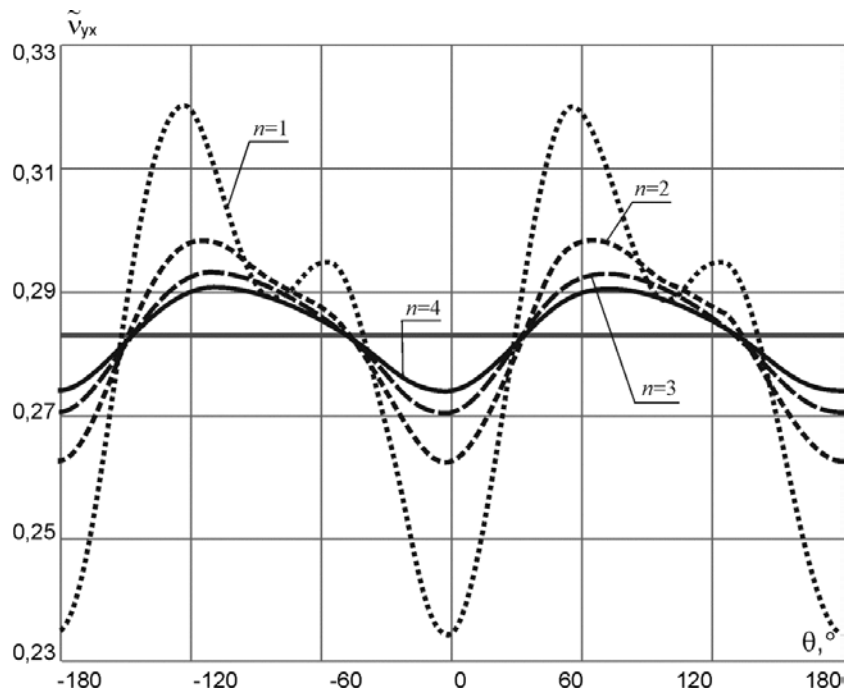


Рис. 2.14. Зависимости эффективных коэффициентов Пуассона $\tilde{\nu}_{yx} = \tilde{\nu}_{yx}(\theta)$ слоистого композита $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$ при различных значениях n

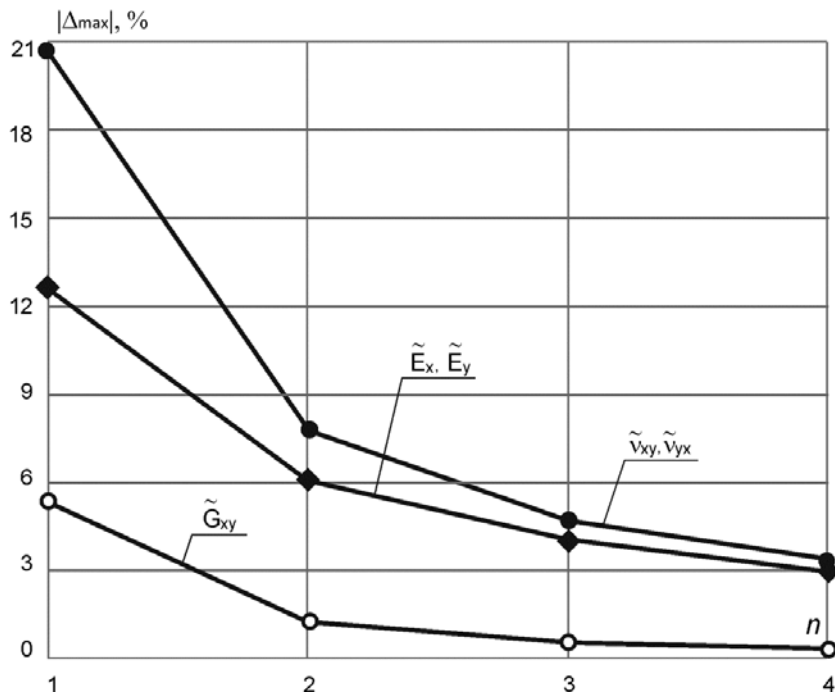


Рис. 2.15. Зависимости максимальных расхождений величин эффективных упругих постоянных слоистого композита $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$, вычисленных при растяжении/сжатии и при изгибе/кручении для различных значений n

Эффективные упругие постоянные слоистого композита $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$, полученные путем поочередного приложения мембранных усилий в плоскости армирования, соответствуют изотропному материалу, т.к. $\tilde{E}_x(\theta) = \tilde{E}_y(\theta) = \text{const}$, $\tilde{G}_{xy}(\theta) = \text{const}$, $\tilde{\nu}_{xy}(\theta) = \tilde{\nu}_{yx}(\theta) = \text{const}$ при всех $\theta \in [-180^0, 180^0]$. В то же время при изгибе/кручении слоистый композит $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$ классифицируется как моноклинный материал. Об этом свидетельствует зависимость эффективных упругих постоянных от числа компокуемых в слоистую структуру повторяющихся пакетов слоев n (рис. 2.10 – рис. 2.14).

Причем различным значениям n соответствуют разные моноклинные слоистые композиты. Это подтверждается различием значений аргумента θ , соответствующих экстремумам функций $\tilde{E}_x = \tilde{E}_x(\theta)$, $\tilde{E}_y = \tilde{E}_y(\theta)$, $\tilde{G}_{xy} = \tilde{G}_{xy}(\theta)$, $\tilde{\nu}_{xy} = \tilde{\nu}_{xy}(\theta)$, $\tilde{\nu}_{yx} = \tilde{\nu}_{yx}(\theta)$. Расхождения между значениями эффективных упругих постоянных, определенные при растяжении/сжатии и изгибе/кручении уменьшаются при увеличении числа повторяющихся пакетов слоев n . При $n \rightarrow \infty$ квазиизотропный в плоскости армирования слоистый композит в условиях изгиба/кручения может рассматриваться как однородный ортотропный материал. В то же время из анализа зависимостей, приведенных на рис. 2.15, следует вывод о том, что при $n \geq 5$ можно приближенно считать слоистый композит $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$ ортотропным материалом с достаточной для инженерных расчетов точностью.

2.2.3. Математическая модель эффективных диссипативных свойств

Для определения эффективных диссипативных характеристик симметричного слоистого композита – эффективных комплексных модулей упругости и эффективных комплексных модулей сдвига воспользуемся

принципом упруго-вязкоупругого соответствия. Для этого в формулах (2.13), (2.14) вещественные коэффициенты жесткости A_{ij} , D_{ij} , и вещественные коэффициенты податливости a_{ij} , d_{ij} слоистой структуры необходимо заменить соответствующими комплексными коэффициентами жесткости $A_{ij}^* = A'_{ij}(1 + i \cdot \eta_{Aij})$, $D_{ij}^* = D'_{ij}(1 + i \cdot \eta_{Dij})$ и комплексными коэффициентами податливости $a_{ij}^* = a'_{ij}(1 + i \cdot \eta_{aij})$, $d_{ij}^* = d'_{ij}(1 + i \cdot \eta_{dij})$.

Вещественные и мнимые части комплексных коэффициентов жесткости вычисляются по соотношениям, приведенным в п. 2.2.2, путем замены упругих модулей E_i , G_{ij} каждого слоя слоистого композита соответствующими комплексными модулями $E_i^* = E'_i(1 + i \cdot \eta_i)$, $G_{ij}^* = G'_{ij}(1 + i \cdot \eta_{ij})$. Коэффициенты Пуассона считаются вещественными величинами. По вычисленным значениям вещественных и мнимых частей комплексных коэффициентов жесткости A_{ij}^* , D_{ij}^* в соответствии с (2.14) находятся комплексные коэффициенты податливости a_{ij}^* , d_{ij}^* .

Найденные вещественные и мнимые части эффективных комплексных модулей упругости $\tilde{E}_i^* = \tilde{E}'_i(1 + i \cdot \tilde{\eta}_i)$ и эффективных комплексных модулей сдвига $\tilde{G}_{ij}^* = \tilde{G}'_{ij}(1 + i \cdot \tilde{\eta}_{ij})$ позволяют определить эффективные диссипативные характеристики симметричного слоистого композита – эффективные коэффициенты механических потерь:

$$\tilde{\eta}_i = \frac{\text{Im} \tilde{E}_i^*}{\text{Re} \tilde{E}_i^*} = \frac{\tilde{E}_i''}{\tilde{E}_i'}, \quad \tilde{\eta}_{ij} = \frac{\text{Im} \tilde{G}_{ij}^*}{\text{Re} \tilde{G}_{ij}^*} = \frac{\tilde{G}_{ij}''}{\tilde{G}_{ij}'}. \quad (2.17)$$

На рис. 2.16 – рис. 2.18 приведены графики функций $\tilde{\eta}_x = \tilde{\eta}_x(\theta)$, $\tilde{\eta}_y = \tilde{\eta}_y(\theta)$, $\tilde{\eta}_{xy} = \tilde{\eta}_{xy}(\theta)$ для слоистого композита $[+\theta / -\theta]_{ns}$. Используемые на этих рисунках обозначения соответствуют принятым ранее (п.2.2.2). Анализ представленных результатов позволяет заключить, что при $n \geq 2$ расхождения между значениями эффективных коэффициентов механических

потерь, вычисленных при квазигармоническом растяжении/сжатии и квазигармоническом изгибе/кручении, удовлетворяют неравенствам $|\Delta_{\alpha \max}| \leq 3\%$ при всех $\theta \in [-90^\circ, 90^\circ]$ (рис. 2.19).

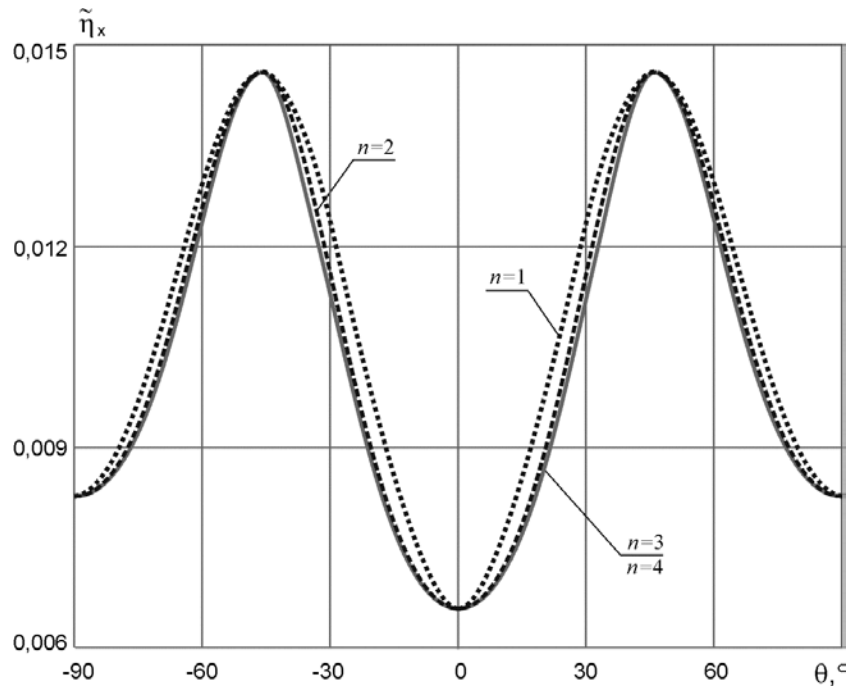


Рис. 2.16. Зависимости эффективных коэффициентов механических потерь $\tilde{\eta}_x = \tilde{\eta}_x(\theta)$ слоистого композита $[+\theta / -\theta]_{ns}$ при различных значениях n

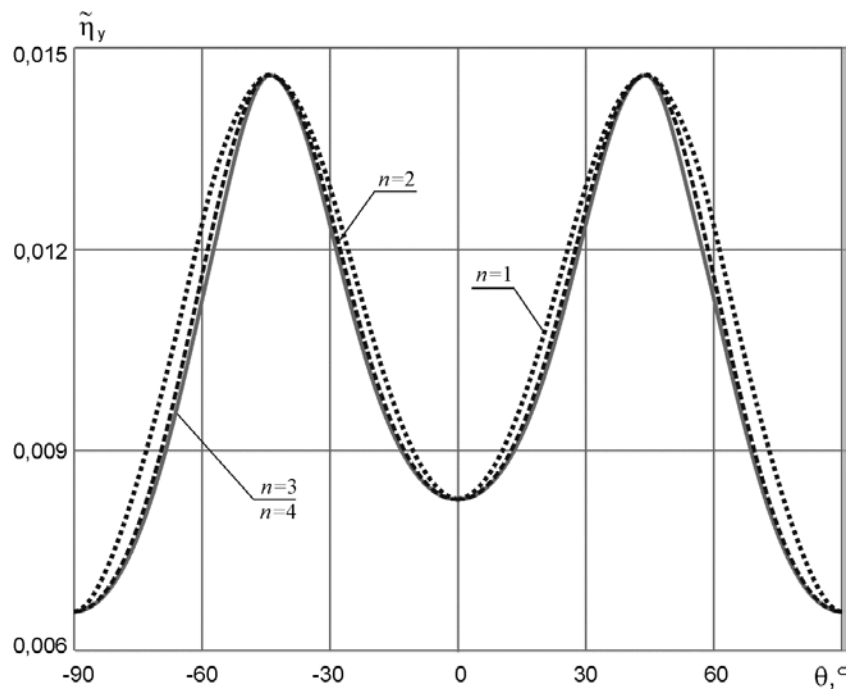


Рис. 2.17. Зависимости эффективных коэффициентов механических потерь $\tilde{\eta}_y = \tilde{\eta}_y(\theta)$ слоистого композита $[+\theta / -\theta]_{ns}$ при различных значениях n

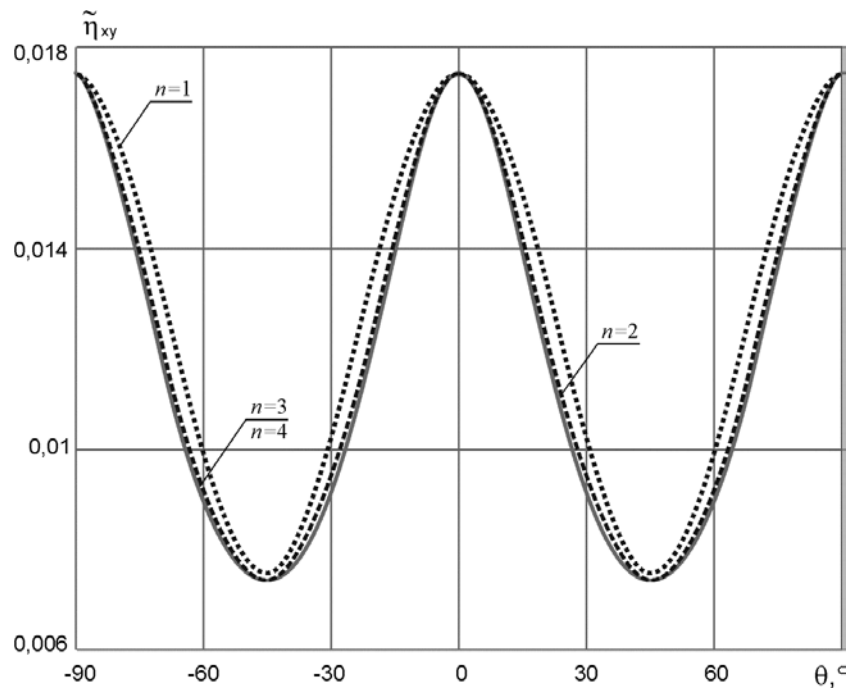


Рис. 2.18. Зависимости эффективных коэффициентов механических потерь $\tilde{\eta}_{xy} = \tilde{\eta}_{xy}(\theta)$ слоистого композита $[+\theta / -\theta]_{ns}$ при различных значениях n

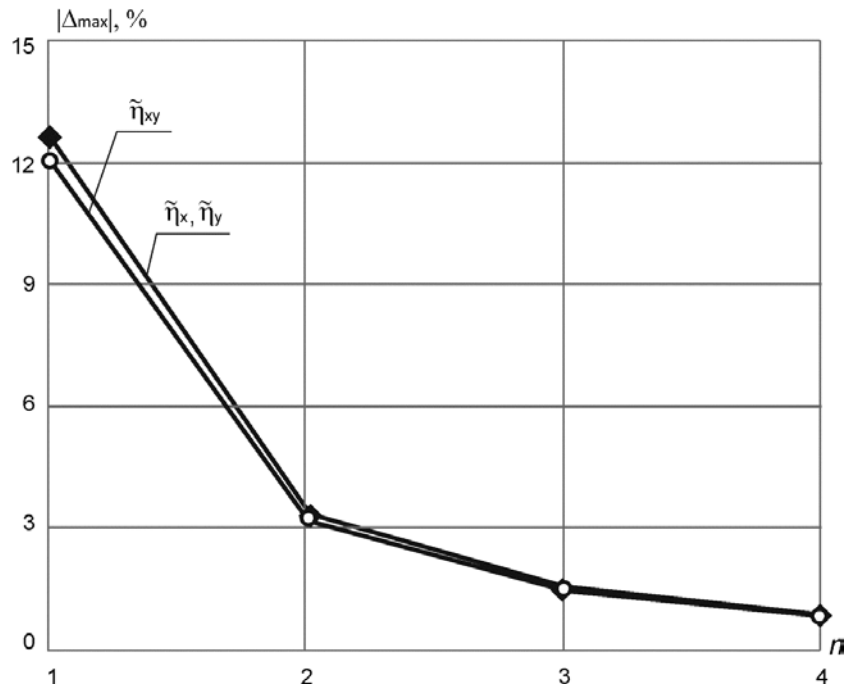


Рис. 2.19. Зависимости максимальных расхождений величин эффективных коэффициентов механических потерь слоистого композита $[+\theta / -\theta]_{ns}$, вычисленных при растяжении/сжатии и при изгибе/кручении для различных значений n

Учитывая точность экспериментального определения значений коэффициентов механических потерь ($\pm 10\%$), полученные расхождения можно считать малыми. Таким образом, начиная с $n = 2$ можно приближенно считать слоистый композит $[+\theta / -\theta]_{ns}$ ортотропным однородным материалом и прогнозировать его диссипативные характеристики в условиях квазигармонического изгиба/кручения, используя величины аналогичных характеристик, найденных при квазигармоническом растяжении/сжатии.

Графики функций $\tilde{\eta}_x = \tilde{\eta}_x(\theta)$, $\tilde{\eta}_y = \tilde{\eta}_y(\theta)$, $\tilde{\eta}_{xy} = \tilde{\eta}_{xy}(\theta)$ для слоистого композита $[0^\circ + \theta / 45^\circ + \theta / -45^\circ + \theta / 90^\circ + \theta]_{ns}$ приведены на рис. 2.20 – рис. 2.23. Представленные результаты позволяют отметить, что значения эффективных коэффициентов механических потерь, вычисленные при квазигармоническом растяжении/сжатии, постоянны во всем диапазоне изменения угла $\theta \in [-180^\circ, 180^\circ]$.

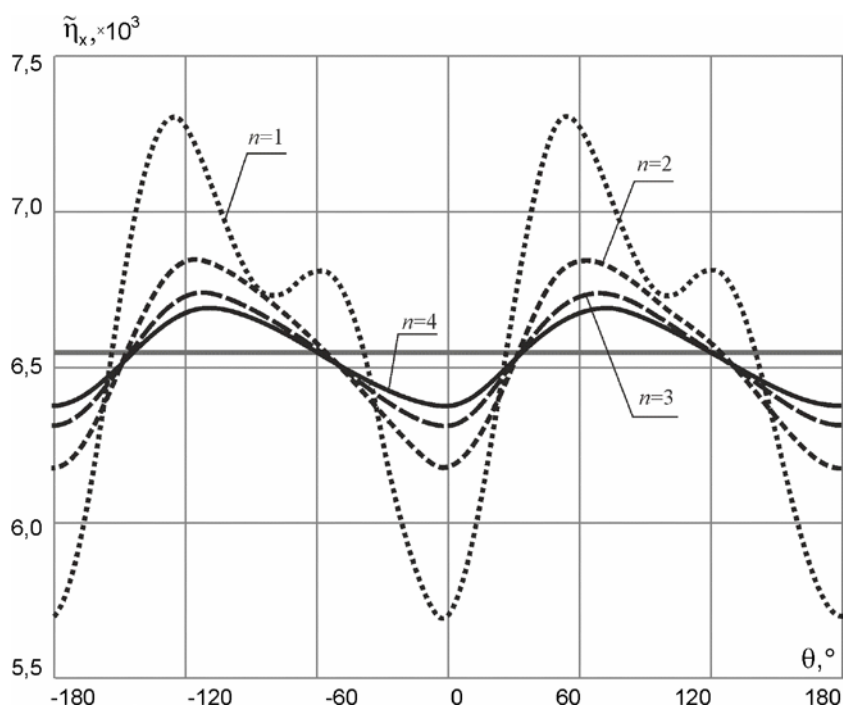


Рис. 2.20. Зависимости эффективных коэффициентов механических потерь $\tilde{\eta}_x = \tilde{\eta}_x(\theta)$ слоистого композита $[0^\circ + \theta / 45^\circ + \theta / -45^\circ + \theta / 90^\circ + \theta]_{ns}$ при различных значениях n

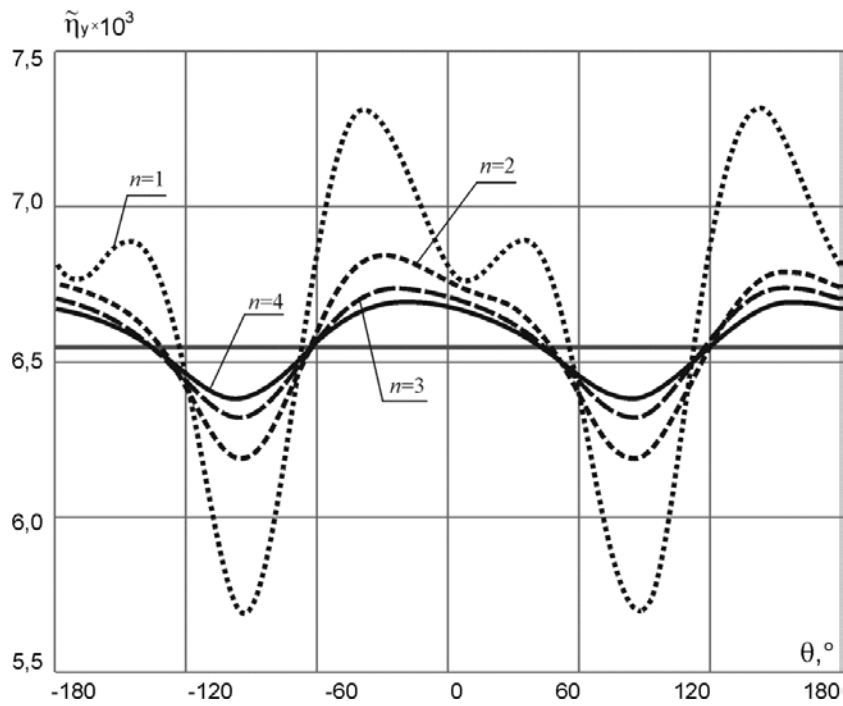


Рис. 2.21. Зависимости эффективных коэффициентов механических потерь $\tilde{\eta}_y = \tilde{\eta}_y(\theta)$ слоистого композита $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$ при различных значениях n

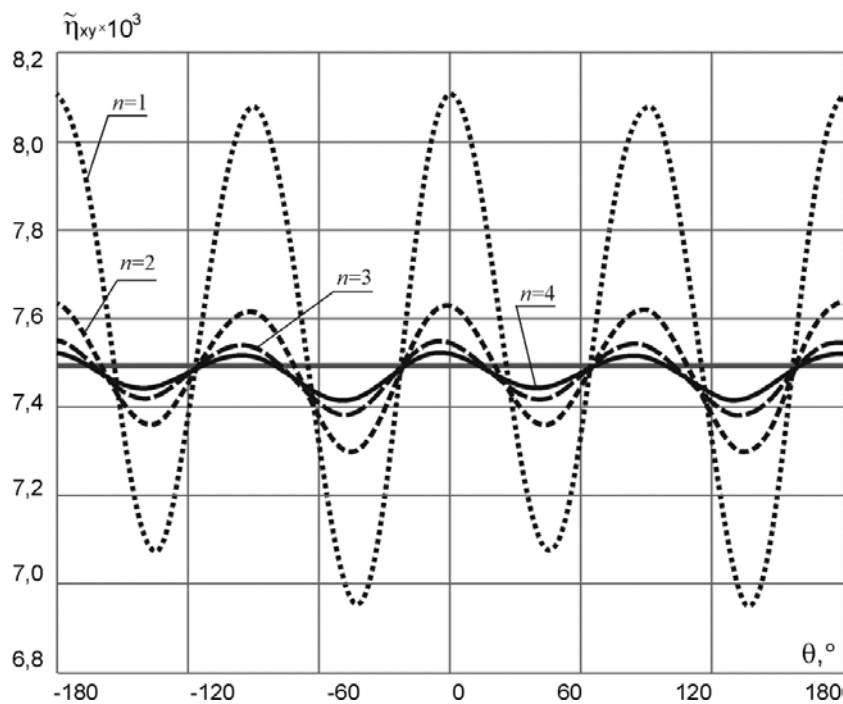


Рис. 2.22. Зависимости эффективных коэффициентов механических потерь $\tilde{\eta}_{xy} = \tilde{\eta}_{xy}(\theta)$ слоистого композита $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$ при различных значениях n

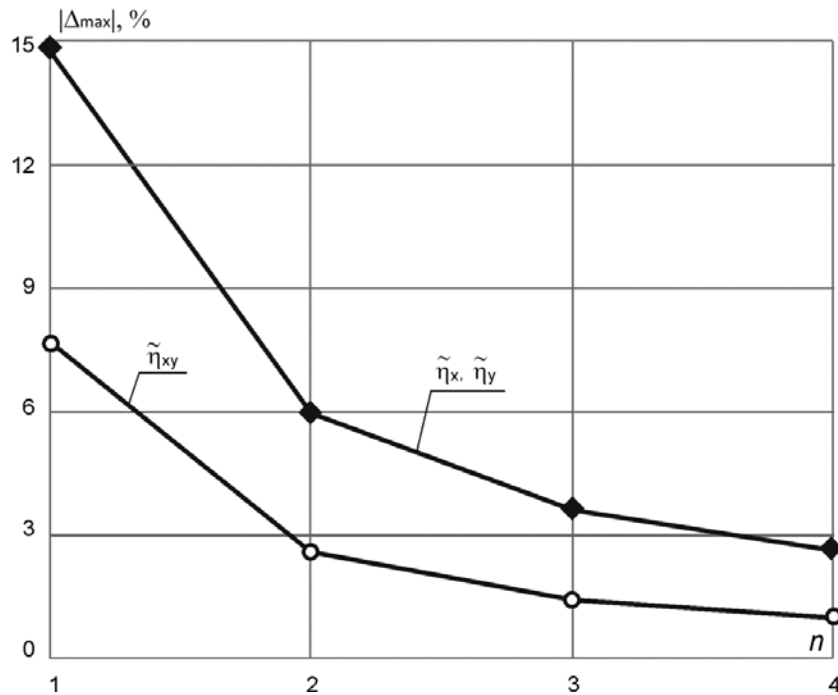


Рис. 2.23. Зависимости максимальных расхождений величин эффективных коэффициентов механических потерь слоистого композита $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$, вычисленных при растяжении/сжатии и при изгибе/кручении для различных значений n

Значения $\tilde{\eta}_x = \tilde{\eta}_x(\theta)$, $\tilde{\eta}_y = \tilde{\eta}_y(\theta)$, $\tilde{\eta}_{xy} = \tilde{\eta}_{xy}(\theta)$, вычисленные при квазигармоническом изгибе/кручении, демонстрируют зависимость от числа компонуемых в слоистую структуру $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$ повторяющихся пакетов слоев n . Расхождения $|\Delta_{\alpha \max}|$ убывают по мере увеличения числа n . Для $n \geq 5$ данная слоистая структура в условиях квазигармонического изгиба/кручения с достаточной для инженерных расчетов точностью может считаться ортотропной.

2.2.4. Математическая модель эффективных пределов прочности

Под термином «предельное состояние» слоистого композита понимается возникновение предельного состояния хотя бы в одном входящим в его состав слое. Поэтому задача определения эффективных пределов прочности симметричного слоистого композита сводится к нахождению предельного состояния каждого слоя, возникающего в

результате поочередного приложения к слоистой структуре растягивающих/сжимающих и сдвиговых усилий, а также изгибающих/крутящих моментов с последующим выделением слоя, предельное состояние которого достигается при наименьших величинах приложенных усилий.

Для нахождения эффективных пределов прочности слоистого композита при растяжении/сжатии и сдвиге в плоскости армирования, используя соотношения (2.14), определим элементы вектора мембранных и сдвиговых деформаций слоистого композита $\{\bar{e}\} = \{e_x \ e_y \ e_{xy}\}^T$, порождаемых поочередным приложением растягивающих/сжимающих N_x , N_y и сдвигового N_{xy} усилий

$$\begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix}. \quad (2.18)$$

По найденным значениям элементов вектора деформаций (2.18) при помощи равенства (2.5) вычисляются величины элементов n векторов напряжений $\{\bar{\sigma}\}_k = \{\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_{xy}\}_k^T$ в каждом слое ($k = \overline{1, n}$) слоистой структуры в системе координат xuz

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_{xy} \end{Bmatrix}. \quad (2.19)$$

Преобразовывая n векторов напряжений в каждом слое от системы координат xuz (2.19) к естественным системам координат $(123)_k$

$\{\sigma\}_k = \{\sigma_1 \ \sigma_2 \ \sigma_6\}_k^T$, запишем

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_k. \quad (2.20)$$

Подстановка элементов векторов (2.20) в критерии прочности слоя (2.10) позволяет определить n предельных значений растягивающих/сжимающих $\widehat{N}_x^{(k)} = \widehat{N}_x^{(k)}(\theta)$, $\widehat{N}_y^{(k)} = \widehat{N}_y^{(k)}(\theta)$ и сдвигового $\widehat{N}_{xy}^{(k)} = \widehat{N}_{xy}^{(k)}(\theta)$ усилий, соответствующих каждому слою слоистой композита. В соответствии с принятым определением предельное состояние слоистой структуры в целом определяется слоем, предельное состояние которого достигается при наименьших величинах приложенных усилий. Поэтому величины эффективных пределов прочности находятся как отношение наименьшего значения предельного приложенного усилия к площади поперечного сечения слоистой структуры.

Для нахождения эффективных пределов прочности слоистого композита при изгибе/кручении в настоящей работе впервые предлагается следующий метод. Используя соотношения (2.14), определяются элементы вектора кривизны и кручения слоистого композита $\{\bar{k}\} = \{k_x \ k_y \ k_{xy}\}^T$, порождаемых поочередным приложением изгибающих M_x , M_y и крутящего M_{xy} моментов

$$\begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{16} \\ d_{12} & d_{22} & d_{26} \\ d_{16} & d_{26} & d_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix}. \quad (2.21)$$

По найденным значениям элементов вектора кривизны и кручения (2.21) при помощи равенства (2.5) вычисляются величины элементов $2n$ векторов напряжений $\{\bar{\sigma}\}_k = \{\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_{xy}\}_k^T$ на верхних и нижних поверхностях каждого слоя ($k = \overline{1, n}$) слоистой структуры в системе координат xuz

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_k = z_k \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix}. \quad (2.22)$$

Используя соотношения (2.20), преобразуем $2n$ векторов напряжений на верхних и нижних поверхностях каждого слоя слоистой структуры от системы координат xuz (2.22) к естественным системам координат $(123)_k$

$$\{\sigma\}_k = \{\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_6\}_k^T \quad (k = \overline{1, n}).$$

Подстановка элементов векторов (2.20) в критерии прочности слоя (2.10) позволяет определить $2n$ предельное значение изгибающих \widehat{M}_x , \widehat{M}_y и крутящего \widehat{M}_{xy} моментов, соответствующих $2n$ верхним и нижним поверхностям каждого слоя ($k = \overline{1, n}$) слоистой структуры. В соответствии с принятым определением предельное состояние слоистой структуры в целом определяется слоем, на одной из поверхностей которого предельное состояние достигается при наименьших величинах приложенных моментов. Поэтому величины эффективных пределов прочности находятся по формулам

$$\tilde{\sigma}_x = \frac{6\widehat{M}_{x \min}^{(k)}}{h^2}, \quad \tilde{\sigma}_y = \frac{6\widehat{M}_{y \min}^{(k)}}{h^2}, \quad \tilde{\sigma}_{xy} = \frac{6\widehat{M}_{xy \min}^{(k)}}{h^2}.$$

Переходя к рассмотрению эффективных пределов прочности исследуемых слоистых композитов сразу отметим, что их предельное состояние при изгибе/кручении порождается сжимающими нормальными напряжениями, т.к. для каждого слоя композита, компонуемого в слоистые структуры, предел прочности при растяжении на 50-85% превышает предел прочности при сжатии. Поэтому далее результаты сравнения значений эффективных пределов прочности слоистых композитов $[+\theta / -\theta]_{ns}$, $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$ представлены для условий одноосного сжатия и изгиба/кручения.

На рис. 2.24 – 2.27 приведены графики функций эффективных пределов прочности $\tilde{\sigma}_x = \tilde{\sigma}_x(\theta)$, $\tilde{\sigma}_y = \tilde{\sigma}_y(\theta)$, $\tilde{\sigma}_{xy} = \tilde{\sigma}_{xy}(\theta)$ слоистых композитов $[+\theta / -\theta]_{ns}$ для различного числа повторяющихся пакетов слоев n . Аналогичные графики для слоистых композитов

$[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$ приведены на рис. 2.28 – 2.32. Используемые на этих рисунках обозначения соответствуют принятым ранее (п.2.2.2).

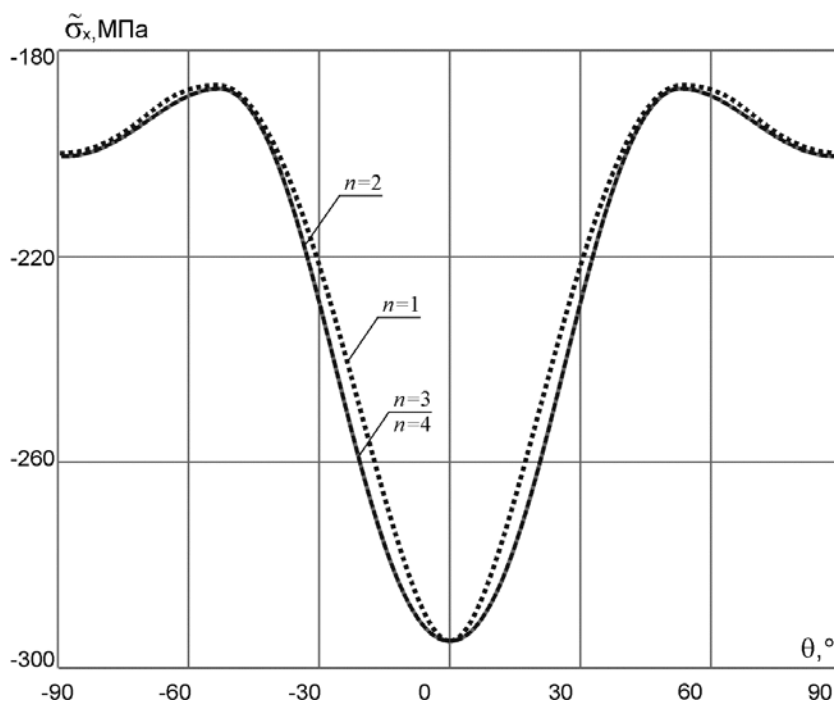


Рис. 2.24. Зависимости эффективных пределов прочности $\tilde{\sigma}_x = \tilde{\sigma}_x(\theta)$ слоистого композита $[+\theta / -\theta]_{ns}$ при различных значениях n

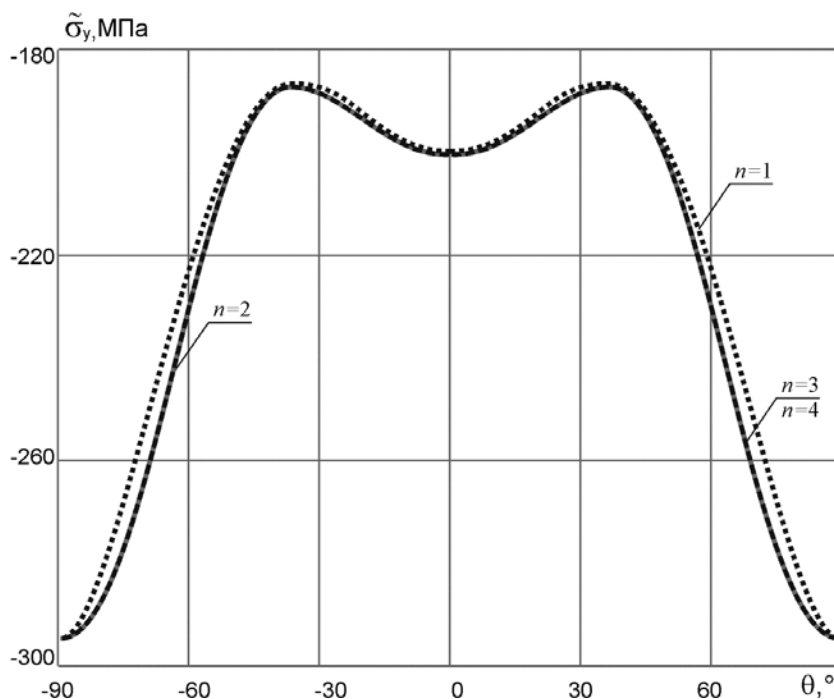


Рис. 2.25. Зависимости эффективных пределов прочности $\tilde{\sigma}_y = \tilde{\sigma}_y(\theta)$ слоистого композита $[+\theta / -\theta]_{ns}$ при различных значениях n

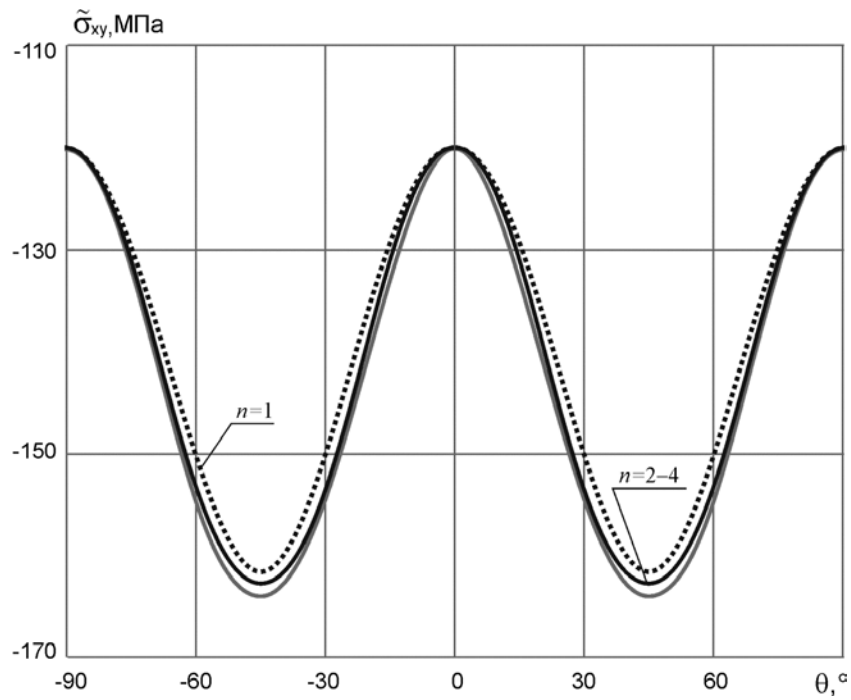


Рис. 2.26. Зависимости эффективных пределов прочности $\tilde{\sigma}_{xy} = \tilde{\sigma}_{xy}(\theta)$ слоистого композита $[+\theta / -\theta]_{ns}$ при различных значениях n

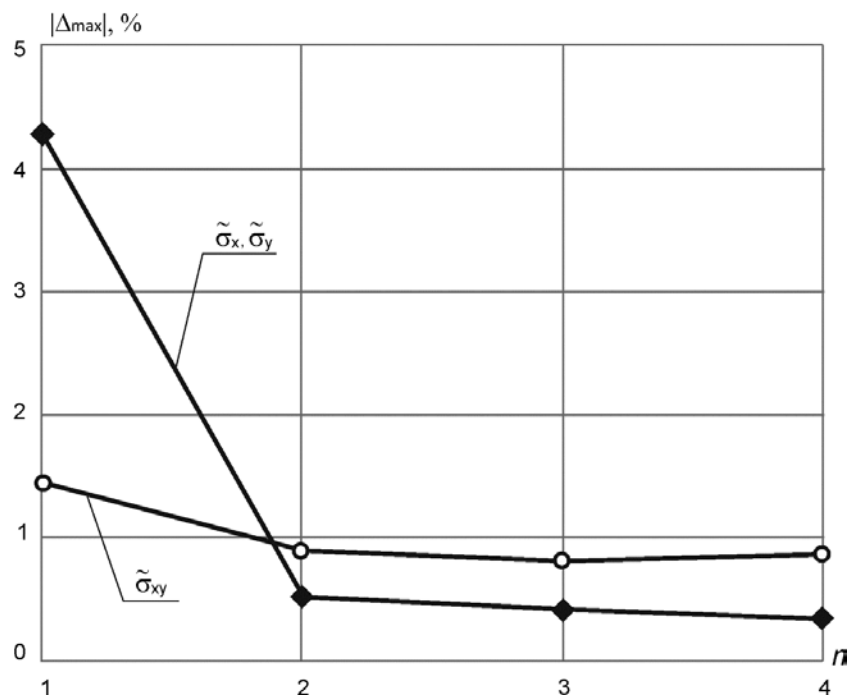


Рис. 2.27. Зависимости максимальных расхождений величин эффективных пределов прочности слоистого композита $[+\theta / -\theta]_{ns}$, вычисленных при одноосном сжатии и при изгибе/кручении для различных значений n

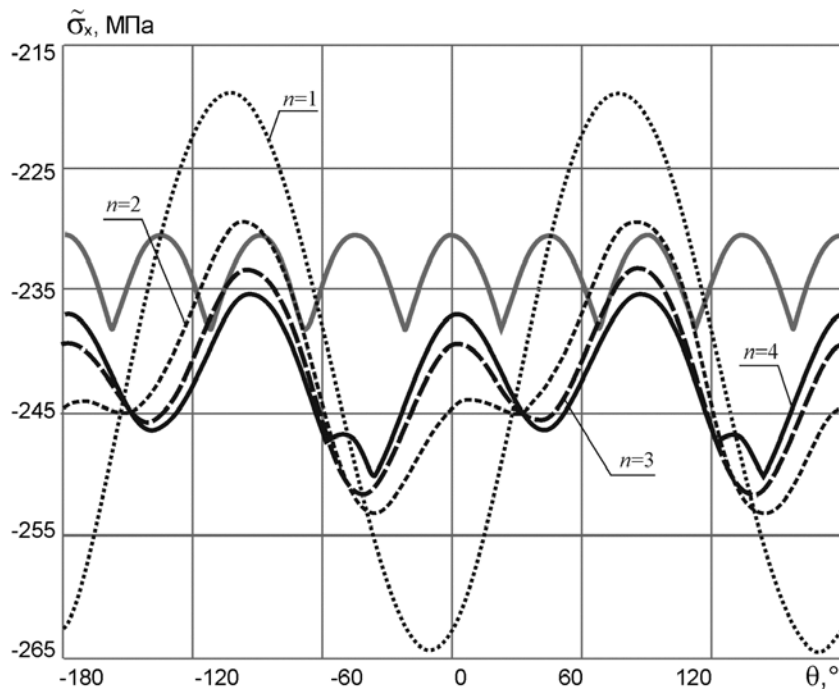


Рис. 2.28. Зависимости эффективных пределов прочности $\tilde{\sigma}_x = \tilde{\sigma}_x(\theta)$ слоистого композита $[0^\circ + \theta / 45^\circ + \theta / -45^\circ + \theta / 90^\circ + \theta]_{ns}$ при различных значениях n

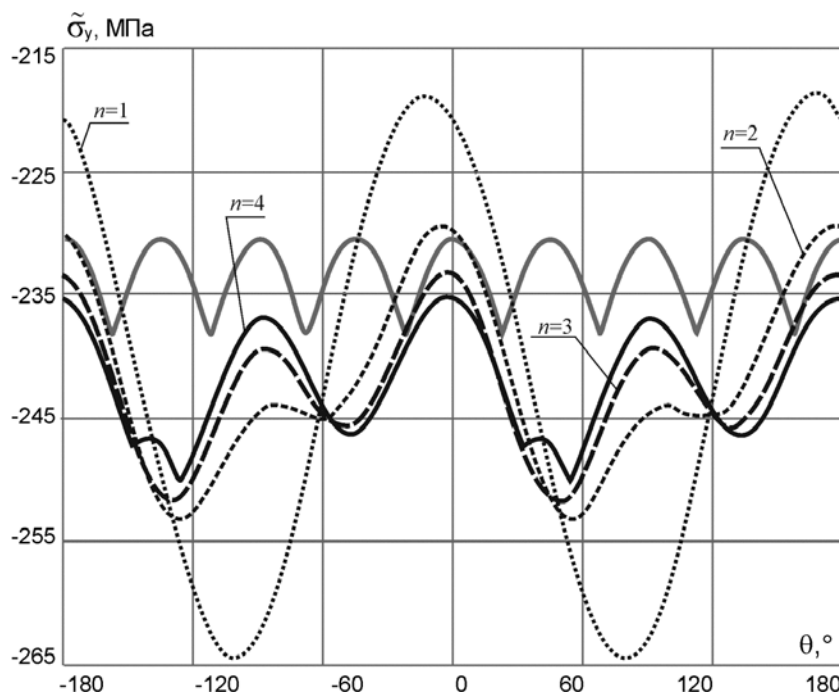


Рис. 2.29. Зависимости эффективных пределов прочности $\tilde{\sigma}_y = \tilde{\sigma}_y(\theta)$ слоистого композита $[0^\circ + \theta / 45^\circ + \theta / -45^\circ + \theta / 90^\circ + \theta]_{ns}$ при различных значениях n

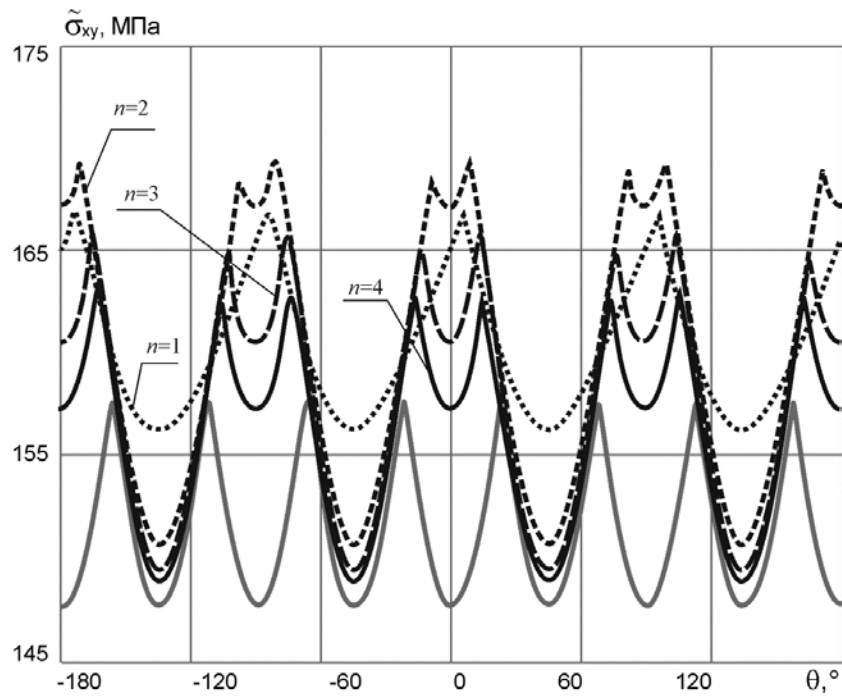


Рис. 2.30. Зависимости эффективных предел прочности $\tilde{\sigma}_{xy} = \tilde{\sigma}_{xy}(\theta)$ слоистого композита $[0^\circ + \theta / 45^\circ + \theta / -45^\circ + \theta / 90^\circ + \theta]_{ns}$ при различных значениях n (сдвиговые напряжения положительные)

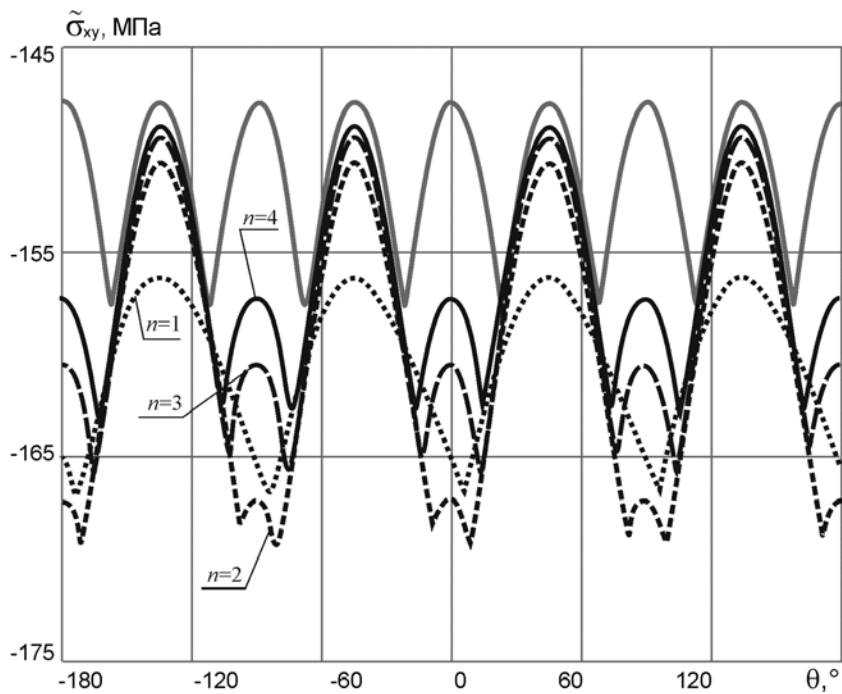


Рис. 2.31. Зависимости эффективных предел прочности $\tilde{\sigma}_{xy} = \tilde{\sigma}_{xy}(\theta)$ слоистого композита $[0^\circ + \theta / 45^\circ + \theta / -45^\circ + \theta / 90^\circ + \theta]_{ns}$ при различных значениях n (сдвиговые напряжения отрицательны)

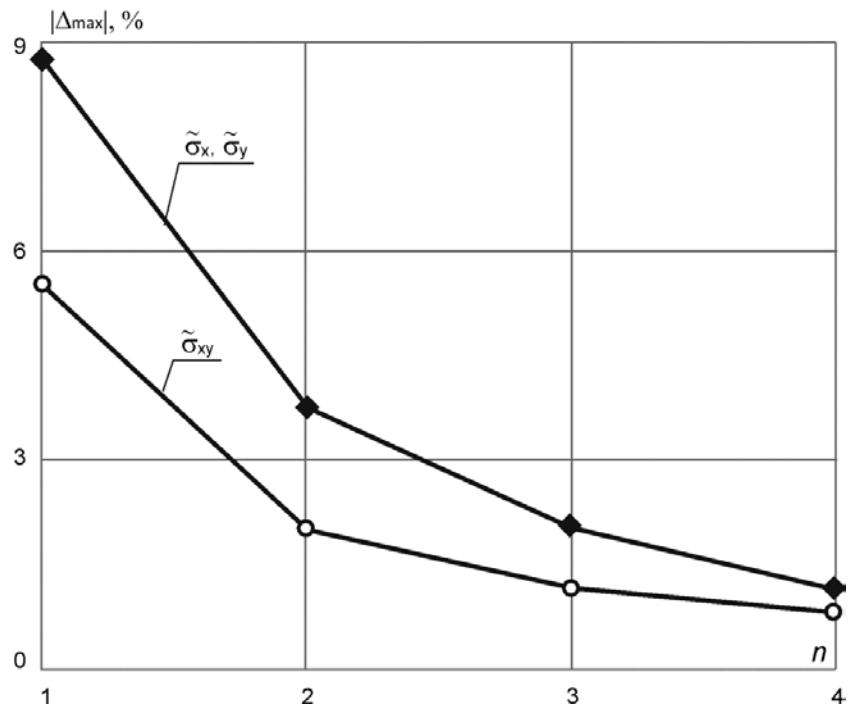


Рис. 2.32. Зависимости максимальных расхождений величин эффективных пределов прочности слоистого композита $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$, вычисленных при одноосном сжатии и при изгибе/кручении для различных значений n

Совместный анализ зависимостей, приведенных на рис. 2.24 – рис. 2.32, приводит к выводам, аналогичных выводам, сформулированным по результатам исследований упругих постоянных и диссипативных характеристик рассматриваемых слоистых композитов:

– уравновешенный слоистый композит $[+\theta / -\theta]_{ns}$ при $n \geq 2$ можно приближенно считать ортотропным однородным материалом и прогнозировать пределы его прочности при сжатии в условиях нагружения изгибом/кручением, используя значения аналогичных характеристик, полученные при испытаниях образцов на одноосное сжатие. Данное утверждение подтверждается справедливостью неравенства $|\Delta_{\alpha \max}| \leq 1\%$ при $n \geq 2$ во всем диапазоне изменения угла $\theta \in [-90^0, 90^0]$;

– эффективные пределы прочности симметричного слоистого композита $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$ как в условиях одноосного сжатия, так и в условиях изгиба/кручения являются функциями угла θ : $\tilde{\sigma}_x(\theta) \neq \text{const}$, $\tilde{\sigma}_y(\theta) \neq \text{const}$, $\tilde{\sigma}_{xy}(\theta) \neq \text{const}$, т.е. рассматриваемая слоистая структура не квазиизотропна. Это подтверждается различием графиков функций $\tilde{\sigma}_x = \tilde{\sigma}_x(\theta)$, $\tilde{\sigma}_y = \tilde{\sigma}_y(\theta)$, $\tilde{\sigma}_{xy} = \tilde{\sigma}_{xy}(\theta)$, соответствующих различному числу повторяющихся пакетов слоев n . При $n = 1, 2, 3$ во всем диапазоне изменения ориентации армирования ($\theta \in [-180^0, 180^0]$) при изгибе слоистого композита первыми разрушаются сжатые наружные слои. Начиная с $n = 4$ в некоторых диапазонах изменения ориентации армирования первыми разрушаются слои, следующие за наружными. Об этом свидетельствуют разрывы производных функций $\tilde{\sigma}_x = \tilde{\sigma}_x(\theta)$, $\tilde{\sigma}_y = \tilde{\sigma}_y(\theta)$ при $n = 4$ (сплошные черные линии на рис. 2.28 – рис. 2.31). При одноосном растяжении/сжатии в плоскости армирования она должна классифицироваться как ортотропная. При изгибе/кручении слоистую структуру $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$ необходимо признать моноклинной, которая при $n \rightarrow \infty$ может рассматриваться как однородный ортотропный материал.

Последнее предположение подтверждается графиком зависимости максимальных расхождений между значениями эффективных пределов прочности слоистого композита $[0^0 + \theta / 45^0 + \theta / -45^0 + \theta / 90^0 + \theta]_{ns}$, определенных при одноосном сжатии и сдвиге в плоскости армирования и при изгибе/кручении от числа повторяющихся пакетов слоев n (рис. 2.32). Из этого графика также следует, что при $n \geq 4$ с достаточной для инженерных расчетов точностью моделирование композитных конструкций может выполняться на основе использования эффективных пределов, определенных при растяжении, сжатии и сдвиге в плоскости армирования.

2.3. Выводы по главе 2

1. Разработан метод вычисления эффективных прочностных характеристик симметричных слоистых композитов при изгибе/кручении, позволивший исследовать влияние угла между направлением армирующих слоев и направлением приложения усилия θ на значения пределов прочности уравновешенной и квазиизотропной в плоскости армирования слоистых структур.

2. Выполнено сравнение зависимостей изменения эффективных прочностных, а также упругих и диссипативных характеристик двух рассматриваемых слоистых композитных структур для условий одноосного растяжения/сжатия и сдвига в плоскости армирования, а также изгиба/кручения.

3. Показано, что расчет изгибаемых элементов конструкций должен выполняться по учитывающим влияние последовательности укладки слоев компонуемых материалов эффективным механическим характеристикам, определенным для условия изгиба/кручения.

4. Сравнительный анализ значений эффективных упругих, диссипативных и прочностных характеристик симметричных слоистых композитов, определенных для условий одноосного растяжения/сжатия и сдвига в плоскости армирования, а также для условий изгиба/кручения позволил установить, что по мере увеличения числа повторяющихся пакетов слоев уменьшаются расхождения величин соответствующих эффективных характеристик, вычисленных при различных условиях нагружения.

3. МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ СТАТИЧЕСКИХ ЖЕСТКОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК И ПРОЧНОСТИ КОМПОЗИТНЫХ УПРУГИХ МУФТ

Сложность геометрии упругих композитных муфт не позволяет с помощью известных конечных формул находить их напряженно-деформированное состояние. Поэтому для прогнозирования реакции упругих муфт на приложенные статические и динамические воздействия необходимо использовать численные методы, к которым, в первую очередь, следует отнести метод конечных элементов, реализованный в ряде коммерческих программных комплексов.

В настоящей работе в качестве основного математического инструментария используется программный комплекс Ansys [125], различные модули которого позволяют прогнозировать статические жесткостные характеристики и прочность упругих композитных муфт. Для этого используется модуль Static Structural в геометрически нелинейной постановке. Основные габаритные размеры конструкции муфты и физико-механические характеристики материалов слоев считаются известными.

3.1. Моделирование статических жесткостных характеристик и прочности

В общем случае нагрузочные характеристики упругих муфт описываются нелинейными функциями $P_L = P_L(\Delta_L)$, $P_R = P_R(\Delta_R)$, $M = M(\psi)$, $M_T = M_T(\varphi)$. Здесь P_L , P_R – осевая и радиальная силы; M , M_T – изгибающий и крутящий моменты; Δ_L , Δ_R – линейные смещения в осевом и радиальном направлениях; ψ , φ – углы поворота и закручивания.

Нелинейность нагрузочных характеристик упругих муфт обусловлена конструктивными особенностями упругих элементов, свойствами материалов, из которых изготавливаются упругие элементы, наличием

ограничительных упоров. При исследовании малых колебаний вблизи положения статического равновесия нагрузочные характеристики могут быть линеаризованы. Коэффициенты линеаризации $C_L = dP_L / d\Delta_L$, $C_R = dP_R / d\Delta_R$, $C_B = dM / d\psi$, $C_T = dM_T / d\varphi$ называются продольной, радиальной, изгибной и крутильной жесткостями муфты при данной статической нагрузке. Как правило, изменение статической нагрузки сопровождается изменением жесткости муфты.

Из сказанного следует, что численная процедура определения статических жесткостных характеристик упругих муфт $C_L = C_L(\Delta_L)$, $C_R = C_R(\Delta_R)$, $C_B = C_B(\psi)$, $C_T = C_T(\varphi)$ решается в два этапа.

На первом этапе вычисляются нелинейные статические нагрузочные характеристики упругих муфт $P_L = P_L(\Delta_L)$, $P_R = P_R(\Delta_R)$, $M = M(\psi)$, $M_T = M_T(\varphi)$. Для этого создается конечно-элементная (КЭ) модель рассматриваемой конструкции, к которой поочередно прикладываются силовые (крутящий момент M_T) и кинематические (взаимные линейные и угловые смещения мембран) воздействия. Операции построения КЭ модели и алгоритм выполнения расчета автоматизированы с использованием встроенного в систему Ansys языка программирования APDL. Выбор характерных размеров конечных элементов производится путем анализа сходимости полей перемещений, деформаций и напряжений по объему упругой муфты, найденных в результате численного интегрирования КЭ моделей различной степени дискретизации.

Статические нагрузочные характеристики упругих муфт определяются из условий равновесия конструкции. Для этого при построении КЭ модели наружная кромка одной из мембран жестко защемляется в основании. Наружной кромке второй свободной мембраны поочередно задаются линейные смещения в осевом Δ_L и радиальном Δ_R направлениях, а также угол поворота ψ и угол закручивания φ (рис. 3.1).

По результатам численного решения уравнений равновесия для ряда дискретных значений линейных Δ_L , Δ_R и угловых ψ , φ смещений наружной кромки свободной мембраны находятся значения проекций главных векторов и главных моментов реакций связей R_L , R_R , M , M_T на кромке защемленной мембраны, позволяющие построить нагрузочные характеристики $P_L = P_L(\Delta_L)$, $P_R = P_R(\Delta_R)$, $M = M(\psi)$, $M_T = M_T(\varphi)$. Нагрузочные характеристики аппроксимируются кусочно-линейной или гладкой функциями.

На втором этапе, дифференцируя найденные нагрузочные характеристики по соответствующим линейным и угловым перемещениям, получим соотношения для определения осевой, радиальной, изгибной и крутильной жесткостей упругой муфты в виде:

$$C_L(\Delta_L) = \frac{dR_L(\Delta_L)}{d\Delta_L},$$

$$C_R(\Delta_R) = \frac{dR_R(\Delta_R)}{d\Delta_R},$$

$$C_B(\psi) = \frac{dM(\psi)}{d\psi},$$

$$C_T(\varphi) = \frac{dM_T(\varphi)}{d\varphi},$$

где

R_L – проекция на осевое направление главного вектора реакций связей на кромке защемленной мембраны, возникающих при линейном смещении Δ_L наружной кромки свободной мембраны в осевом направлении;

R_R – проекция на радиальное направление главного вектора реакций связей на кромке защемленной мембраны, возникающих при линейном смещении Δ_R кромки свободной мембраны в радиальном направлении;

M – проекция главного момента реакций связей на кромке защемленной мембраны, возникающих при угловом смещении ψ наружной кромки свободной мембраны относительно радиальной оси муфты;

M_T – проекция главного момента реакций связей на кромке заземленной мембраны, возникающих при угловом смещении φ наружной кромки свободной мембраны относительно продольной оси муфты.

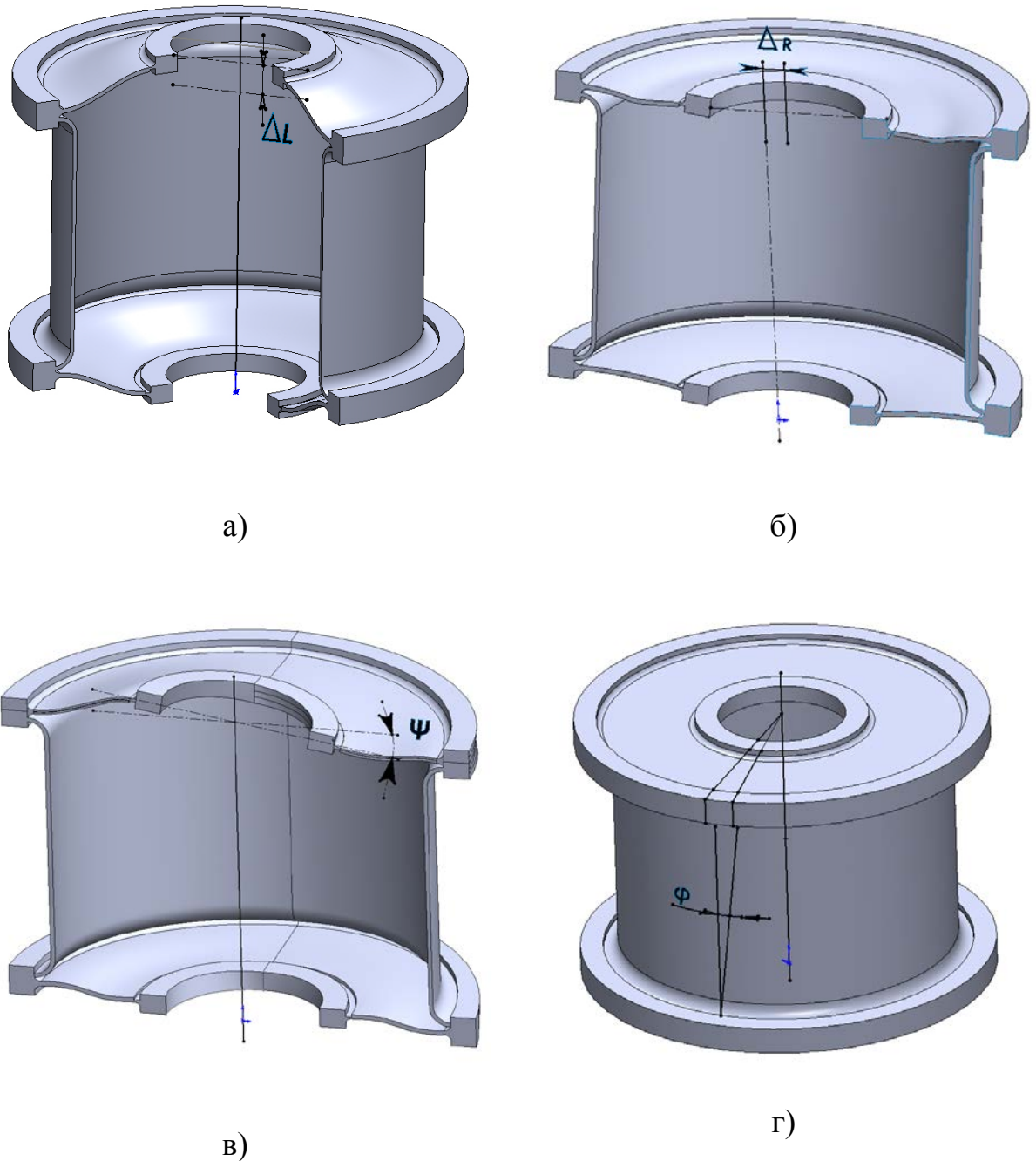


Рис. 3.1. Схема приложения линейных и угловых смещений для определения допустимых линейных и угловых смещений сборной упругой вибропоглощающей соединительной композитной муфты:
 а) в осевом направлении; б) в радиальном (поперечном) направлении;
 в) при изгибе – сломе линии вала; г) при кручении

Предельные взаимные смещения мембран определяются для каждой их комбинации путем определения полей напряжений, возникающих в упругой муфте, находящейся под воздействием номинального крутящего момента M_T^{nom} и взаимных смещений мембран в различных направлениях. Считается, что предельное состояние упругой композитной соединительной муфты достигается при удовлетворении равенства (2.10) хотя бы в одной точке любого слоя конструкции.

3.2. Оценка достоверности метода моделирования статических жесткостных характеристик и прочности композитных упругих муфт

Достоверность предложенного метода моделирования статических нагрузочных характеристик и прочности композитной упругой муфты подтверждена путем сопоставления указанных расчетных и экспериментальных величин. Для этого были разработаны и изготовлены методом инфузии три опытные конструкции сборной композитной упругой муфты, основные геометрические размеры которой приведены на рис. 3.2 [141].

Опытная конструкция сборной композитной упругой муфты образована двумя трехслойными кольцевыми мембранами, соединенными с промежуточным валом (рис. 3.2). Кольцевые мембраны состоят из жестких наружных слоев – несущего внешнего и прикрывающего внутреннего, связанных слоем мягкого вязкоупругого полимера ВПС-2,5. Материал промежуточного вала и жестких наружных слоев мембран – стеклопластик Т-10-14 / DION FR 9300, изготавливаемый методом вакуумной инфузии. Структура армирования промежуточного вала толщиной 10 мм – параллельная с ориентацией основы в тангенциальном направлении, структура армирования жестких наружных слоев мембран толщиной $h_1 = h_3 = 2,5 \text{ мм}$ – квазиизотропная в плоскости армирования

$[0^\circ / 45^\circ / -45^\circ / 90^\circ]_{1s}$. Толщина среднего слоя мягкого вязкоупругого полимера ВПС-2,5 $h_2 = 0,5$ мм.

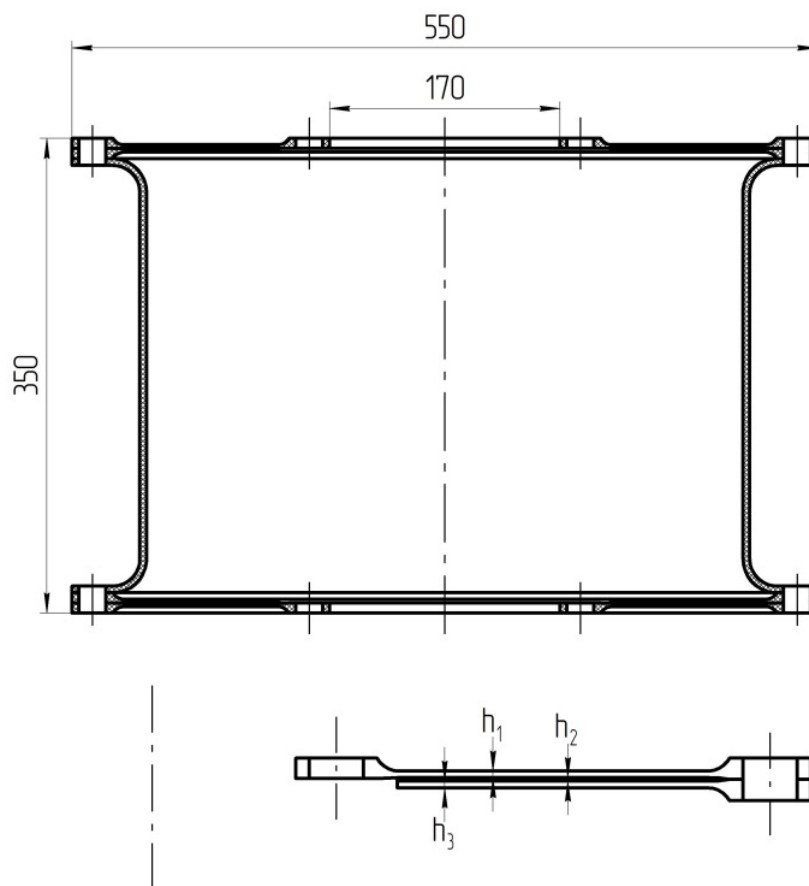


Рис. 3.2. Конструкция сборной композитной упругой муфты

Экспериментальные исследования сборной композитной упругой муфты проводились с целью выявления фактических статических нагрузочных характеристик и прочности. Перед проведением испытаний проводилось освидетельствование опытных конструкций для установления их действительных размеров и выявления возможных дефектов изготовления.

Экспериментальные исследования выполнялись в следующей последовательности: вначале определялись статические нагрузочные характеристики, а затем находилась величина предельного статического крутящего момента \hat{M}_T .

При экспериментальном определении статических нагрузочных характеристик каждой опытной конструкции наружная кромка одной из мембран жестко крепились к основанию, а к наружной кромке второй мембраны поочередно прикладывались осевая P_L и поперечная P_R силы, а также изгибающий M и крутящий M_T моменты. Схемы приложения указанных нагрузок приведены на рис. 3.3. Нагружение и разгрузка каждой опытной конструкции производились ступенями ΔP_L , ΔP_R , ΔM , ΔM_T , величина которых выбиралась таким образом, чтобы их количество было не менее пяти. Одновременно измерялись соответствующие линейные и угловые перемещения. Для каждой упругой муфты было проведено три цикла нагружения – разгрузки.

По завершении неразрушающих испытаний все опытные конструкции композитных упругих муфт нагружались статическим крутящим моментом (рис. 3.3г) и доводились до разрушения.

При построении КЭ модели сборной упругой муфты восьмислойный квазиизотропный в плоскости армирования композит $([0^0 / 45^0 / -45^0 / 90^0]_{1s})$ жестких наружных слоев трехслойных мембран моделировался послойно (см. п. 2.2).

Вначале рассмотрим статические нагрузочные характеристики. Особо подчеркнем невозможность нахождения однозначно определенных расчетных нагрузочных характеристик $P_R = P_R(\Delta_R)$ и $M = M(\psi)$. Возможно предсказание только их верхней (sup) и нижней (inf) границ. В качестве основных причин, порождающих указанную неоднозначность, следует отметить:

– малость числа повторяющихся пакетов слоев стеклопластика Т-10-14 / DION FR 9300 ($n = 1$), образующих слоистую структуру жестких наружных слоев мембран;

– случайный характер ориентации армирования жестких наружных слоев мембран относительно направлений задаваемых линейного Δ_R и углового ψ перемещений.

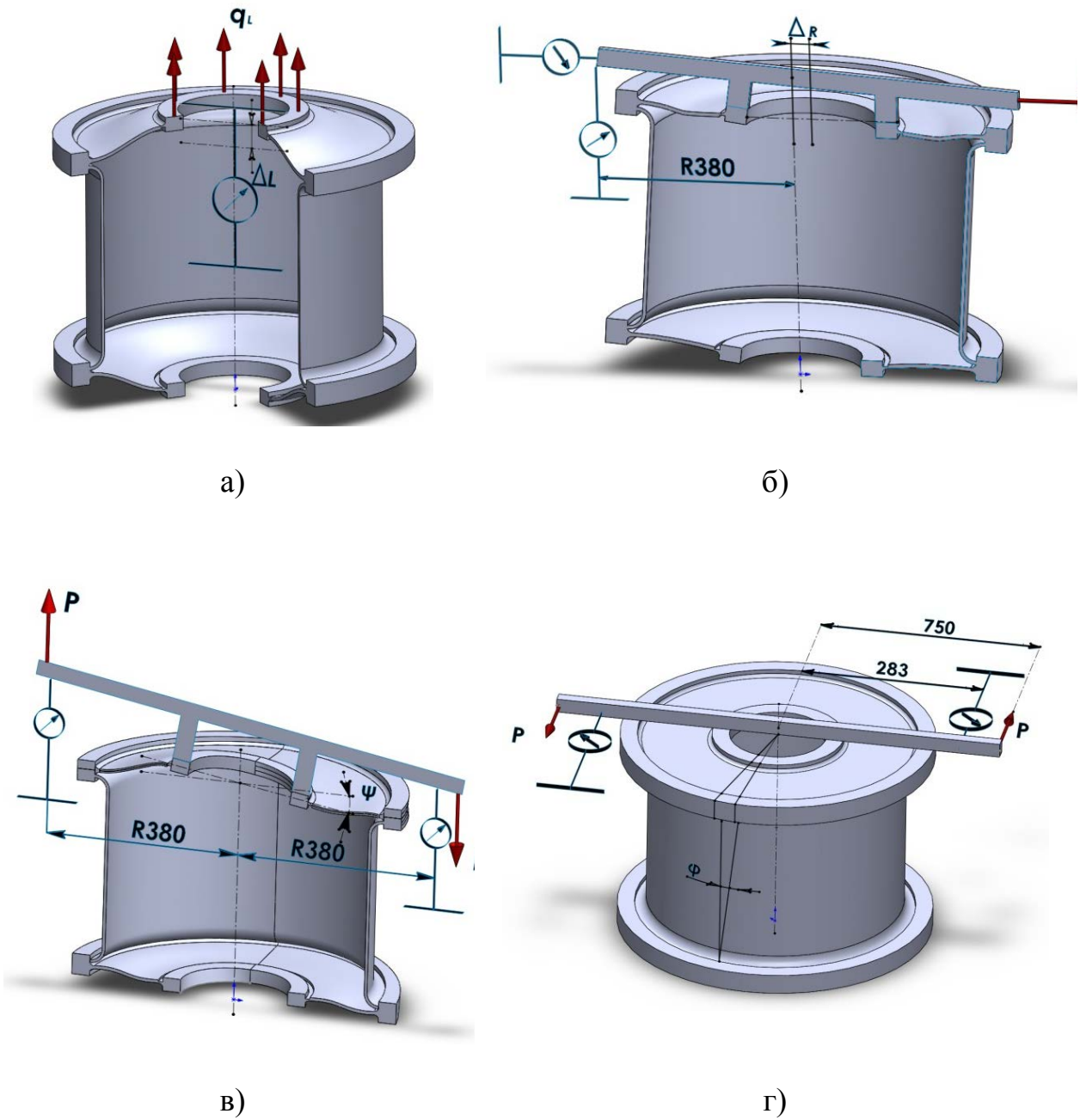


Рис. 3.3. Схемы нагружения опытной конструкции сборной композитной упругой муфты: а) осевой силой P_L , б) поперечной силой P_R , в) изгибающим моментом M , г) крутящим моментом M_T

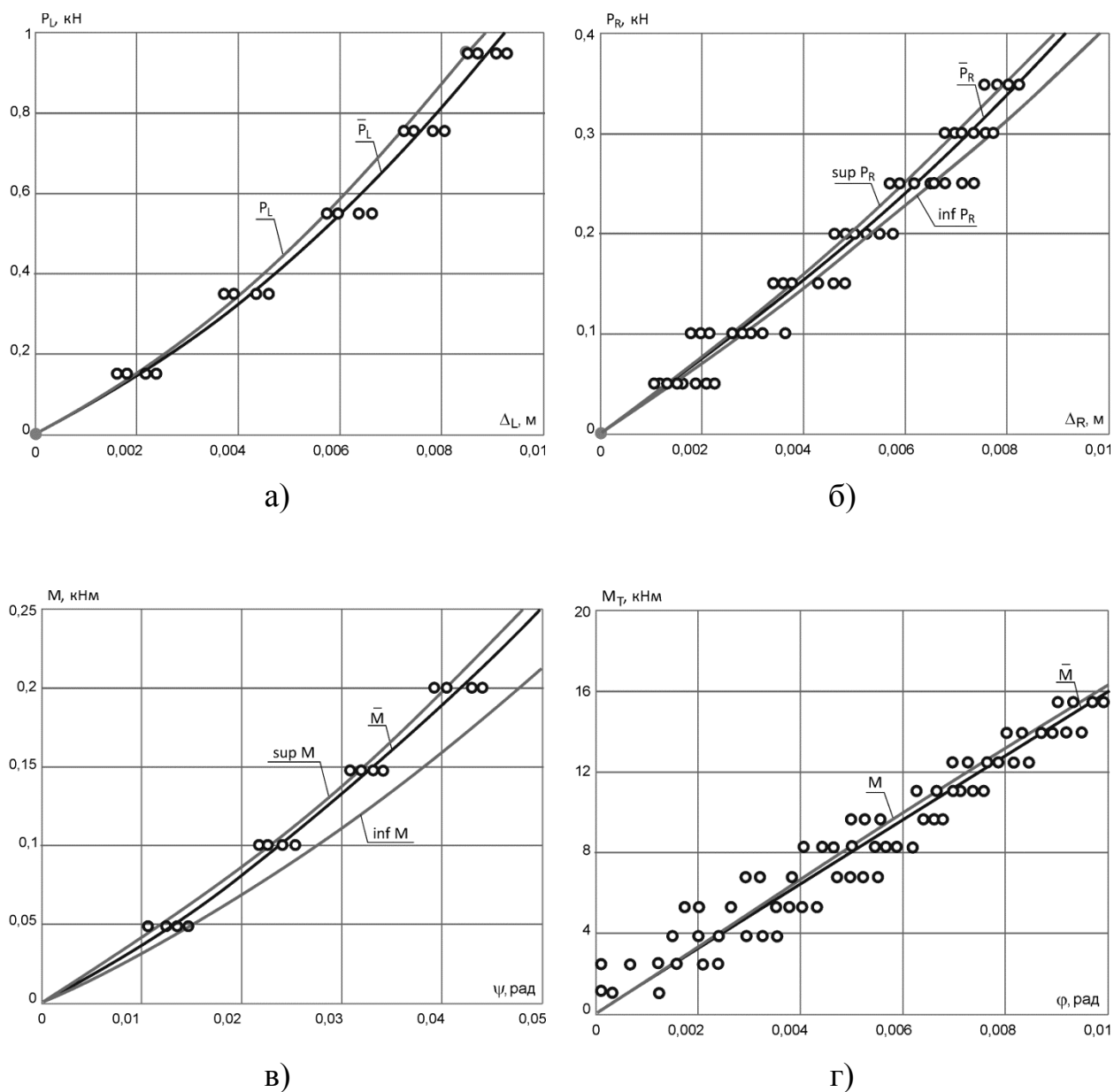


Рис. 3.4. Нагрузочные характеристики опытной конструкции сборной композитной упругой муфты при нагружении: а) осевой силой P_L , б) поперечной силой P_R , в) изгибающим моментом M , г) крутящим моментом M_T

На рис. 3.4 сплошными серыми линиями приведены графики расчетных нагрузочных характеристик $P_L = P_L(\Delta_L)$, $\sup P_R = \sup P_R(\Delta_R)$, $\inf P_R = \inf P_R(\Delta_R)$, $\sup M = \sup M(\psi)$, $\inf M = \inf M(\psi)$, $M_T = M_T(\varphi)$. Эти зависимости хорошо аппроксимируются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}
P_L(\Delta_L) &= 5933,18\Delta_L^2 + 61,87\Delta_L, \\
\sup P_R(\Delta_R) &= 1009,00\Delta_R^2 + 35,96\Delta_R, \\
\inf P_R(\Delta_R) &= 776,43\Delta_R^2 + 31,54\Delta_R, \\
\sup M(\psi) &= 28,54\psi^2 + 3,80\psi, \\
\inf M(\psi) &= 25,47\psi^2 + 2,99\psi, \\
M_T(\varphi) &= -9619,18\varphi^2 + 1724,67\varphi.
\end{aligned}
\tag{3.1}$$

Кроме того, на рис. 3.4 черными круговыми точками нанесены соответствующие экспериментальные величины и сплошными черными линиями их аппроксимация квадратичными полиномами:

$$\begin{aligned}
\bar{P}_L &= 5319,90\Delta_L^2 + 59,82\Delta_L, \\
\bar{P}_R &= 1094,96\Delta_R^2 + 34,04\Delta_R, \\
\bar{M} &= 31,54\psi^2 + 3,48\psi, \\
\bar{M}_T &= -10024,44\varphi^2 + 1700,08\varphi.
\end{aligned}
\tag{3.2}$$

Нелинейность расчетных и экспериментальных нагрузочных характеристик, описываемая уравнениями второго порядка (3.1) и (3.2), позволяет классифицировать сборную композитную упругую муфту для случаев нагружения осевой, сдвиговой силами и изгибающим моментом как нелинейную упругую муфту с жесткими нагрузочными характеристиками, а в случае нагружения крутящим моментом – с мягкой нагрузочной характеристикой.

Дифференцируя соотношения (3.1) и (3.2) по соответствующим линейным и угловым перемещениям, получим уравнения для определения осевой, радиальной, изгибной и крутильной жесткостных характеристик сборной композитной упругой муфты в виде линейных функций соответствующих перемещений:

$$\begin{aligned}
C_L &= \frac{dP_L}{d\Delta_L} = 11866,36\Delta_L + 61,87, \\
\sup C_R &= \frac{d(\sup P_R)}{d\Delta_R} = 2018,00\Delta_L + 35,96, \\
\inf C_R &= \frac{d(\inf P_R)}{d\Delta_R} = 1552,86\Delta_R + 31,54, \\
\sup C_B &= \frac{d(\sup M)}{d\psi} = 57,07\psi + 3,80, \\
\inf C_B &= \frac{d(\inf M)}{d\psi} = 50,95\psi + 2,99, \\
C_T &= \frac{dM_T}{d\varphi} = -19238,37\varphi + 1724,67.
\end{aligned} \tag{3.3}$$

$$\begin{aligned}
\bar{C}_L &= \frac{d\bar{P}_L}{d\bar{\Delta}_L} = 10633,79\Delta_L + 59,82, \\
\bar{C}_R &= \frac{d\bar{P}_R}{d\bar{\Delta}_R} = 2189,92\Delta_R + 34,04, \\
\bar{C}_B &= \frac{d\bar{M}}{d\bar{\psi}} = 63,08\psi + 3,48, \\
\bar{C}_T &= \frac{d\bar{M}_T}{d\bar{\varphi}} = -20048,88\varphi + 1700,08.
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Графики зависимостей расчетных (C_α) и экспериментальных (\bar{C}_α) жесткостных характеристик сборной композитной упругой муфты от соответствующих линейных и угловых перемещений приведены на рис. 3.5.

Сопоставление представленных на рис. 3.5 результатов позволяет утверждать, что использование разработанного метода моделирования жесткостных характеристик композитных упругих муфт приводит к хорошему согласованию с экспериментальными данными. Расхождения $\Delta_{C\alpha} = [(C_\alpha / \bar{C}_\alpha) - 1] \cdot 100\%$ возрастают по мере увеличения величин линейных Δ_L , Δ_R и угловых ψ , φ смещений. Однако $|\Delta_{CL}| \leq 5\%$ при $\Delta_L \in [0; 0,01]$ м и

$|\Delta_{CE}| \leq 2\%$ при $\Delta_L \in [0; 0,01]$ рад. Зависимости экспериментальных жесткостных характеристик $\bar{C}_R = \bar{C}_R(\Delta_R)$, $\bar{C}_B = \bar{C}_B(\psi)$ расположены внутри областей, ограниченных верхними (sup) и нижними (inf) границами соответствующих расчетных характеристик $C_R = C_R(\Delta_R)$, $C_B = C_B(\psi)$.

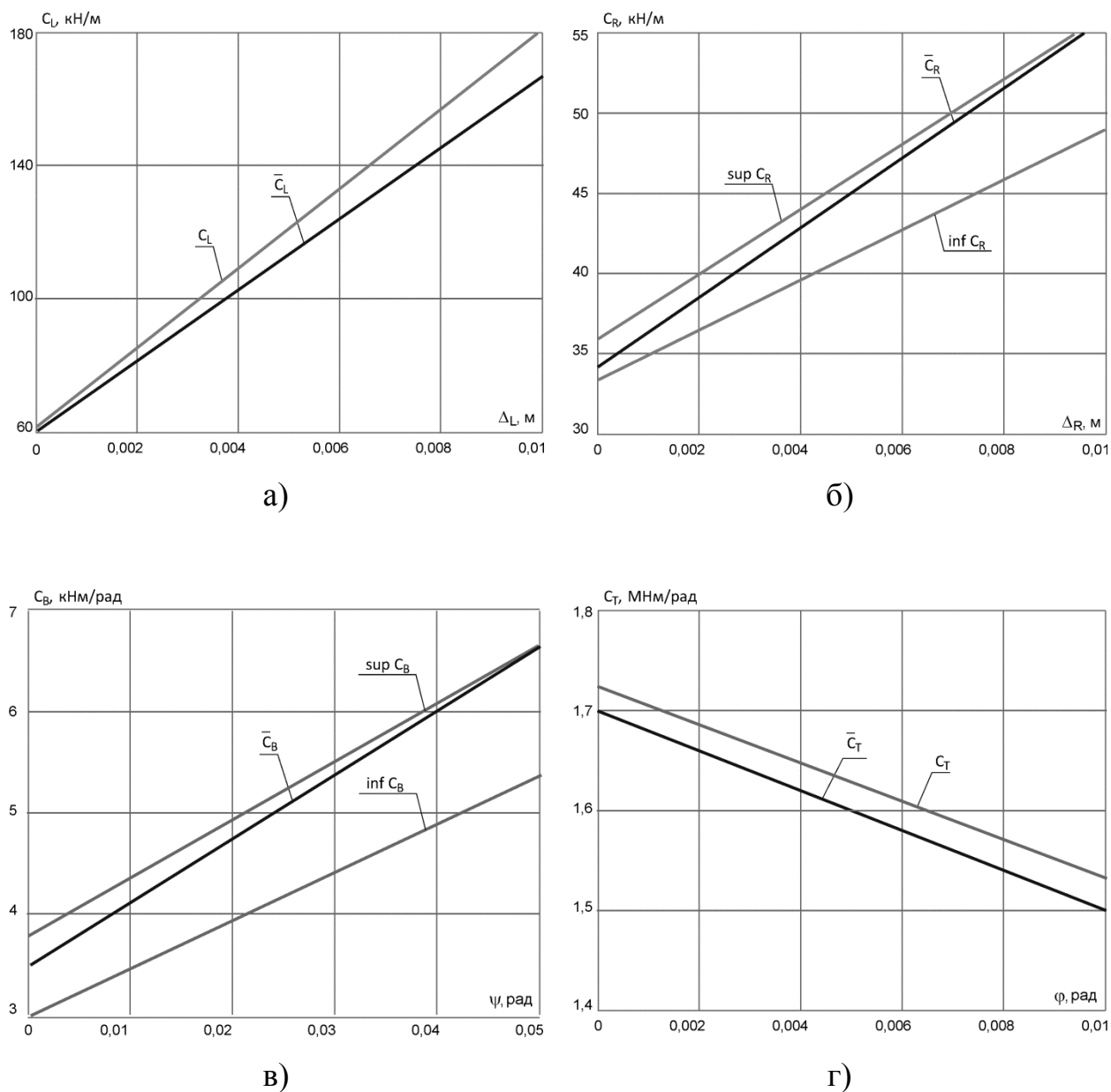


Рис. 3.5. Расчетные и экспериментальные зависимости а) осевой C_L , б) радиальной C_R , в) изгибной C_B и г) крутильной C_T жесткостных характеристик сборной композитной упругой муфты

Завершает процедуру верификации оценка достоверности моделирования предельного состояния сборной композитной упругой муфты. Эта оценка осуществлялась путем сравнения расчетных и экспериментальных величин предельного крутящего момента \widehat{M}_T и предельного угла закручивания $\widehat{\varphi}$. Полученные в процессе исследования данные обобщены в таблице 3.1, в которой также приведены расхождения расчетных и экспериментальных величин $\Delta_M = [(\widehat{M}_T^p / \widehat{M}_T^e) - 1] \cdot 100\%$, $\Delta_\varphi = [(\widehat{\varphi}_p / \widehat{\varphi}_e) - 1] \cdot 100\%$.

Таблица 3.1. Сопоставление расчетных и экспериментальных значений предельного крутящего момента и предельного угла закручивания сборной композитной упругой муфты

Характеристика, размерность	№ опытной конструкции	Эксперимент	Расчет	Δ , %
Предельный крутящий момент \widehat{M}_T , кНм	1	33,0	36,4	10,30
	2	39,8		- 8,54
	3	34,2		6,43
Предельный угол закручивания $\widehat{\varphi}$, рад $\cdot 10^2$	1	3,687	3,733	1,25
	2	4,535		- 17,68
	3	3,888		- 3,98

Из сопоставления представленных в таблице 3.1 результатов видно, что расхождения не превышают величин $|\Delta_M| \leq 10\%$ и $|\Delta_\varphi| \leq 18\%$ соответственно. Учитывая точность определения экспериментальных значений пределов прочности, составляющую $\widehat{\sigma}_{ij}^{(\pm)} \approx (10 \div 15)\%$, полученные результаты позволяют говорить о хорошей достоверности моделирования предельного состояния сборной композитной упругой муфты.

3.3. Исследование влияния комбинированного нагружения на предельное состояние композитной упругой муфты

Помимо крутящего момента в процессе эксплуатации композитная упругая муфта подвергается воздействию более сложной комбинации нагрузок. Исследование влияния комбинированного приложения нагрузки на

предельное состояние сборной композитной упругой муфты, приведенной на рис. 3.2, проводилось путем численного решения ряда задач для следующих комбинаций нагрузок:

- 1) крутящий момент M_T , изгибающий момент M и осевое усилие N ;
- 2) крутящий момент M_T , поперечное усилие Q и осевое усилие N ;
- 3) крутящий момент M_T , изгибающий момент M и поперечное усилие Q .

Предельные усилия и предельные моменты получены путем определения напряженно-деформированного состояния в каждой точке каждого слоя упругой муфты для каждой комбинации нагрузок с последующей проверкой напряжений на удовлетворение критерию прочности Цзя-Ву (2.10).

Для удобства дальнейшего анализа результаты исследования представлены в нормированных величинах действующих осевых и радиальных усилий, изгибающего и крутящего моментов: $\bar{N} = N / \hat{N}$, $\bar{Q} = Q / \hat{Q}$, $\bar{M} = M / \hat{M}$, $\bar{M}_T = M_T / \hat{M}_T$. Здесь \hat{N} , \hat{Q} , \hat{M} , \hat{M}_T – предельные значения осевого и поперечного усилий, изгибающего и крутящего моментов.

Предельные зависимости нормированного осевого усилия $\bar{N} = \bar{N}(\bar{M}_T)$ при фиксированных нормированных величинах $\bar{M} = 0; 0,25; 0,5$, нормированного радиального усилия $\bar{Q} = \bar{Q}(\bar{M}_T)$ при фиксированных нормированных величинах $\bar{N} = 0; 0,25; 0,5$, нормированного изгибающего момента $\bar{M} = \bar{M}(\bar{M}_T)$ при фиксированных нормированных величинах $\bar{Q} = 0; 0,25; 0,5$ для фиксированной относительной толщины слоя мягкого вязкоупругого полимера $\bar{h} = h_2 / (h_1 + h_3) = 0,1$ при $T = 20^0 C$ композитной упругой муфты приведены на рис. 3.6 – рис. 3.8.

Приведенные на рис. 3.6 – рис. 3.8 зависимости представляют собой проекции предельной поверхности на координатные плоскости $\bar{M}_T \bar{N}$, $\bar{M}_T \bar{Q}$,

$\bar{M}_T \bar{M}$ четырехмерного пространства нормированных усилий и нормированных моментов $\bar{M}_T \bar{N} \bar{Q} \bar{M}$. Представленные на этих рисунках результаты позволяют оценить влияние уровней осевых и радиальных усилий, а также изгибающего момента на величину предельного крутящего момента.

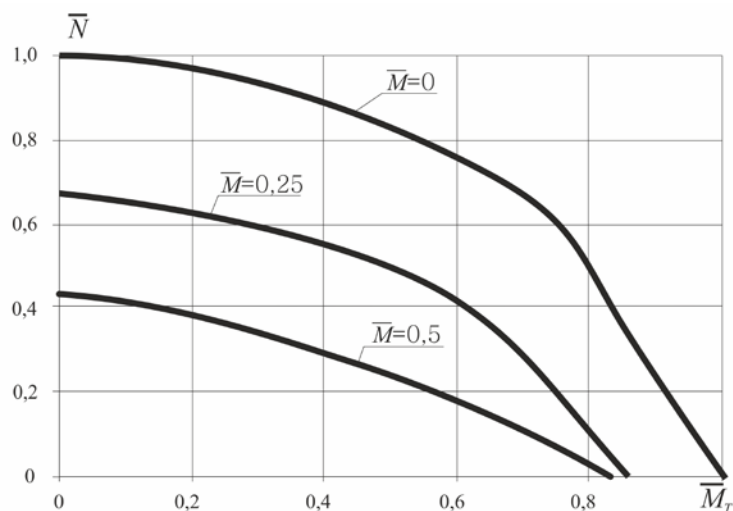


Рис. 3.6. Предельные зависимости нормированного осевого усилия \bar{N} от нормированного крутящего момента \bar{M}_T при фиксированных значениях нормированного изгибающего момента \bar{M} для сборной композитной упругой муфты

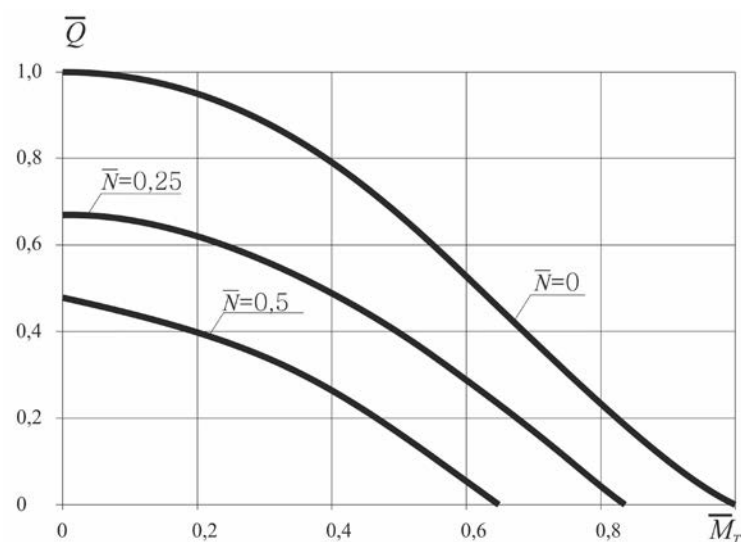


Рис. 3.7. Предельные зависимости нормированного радиального усилия \bar{Q} от нормированного крутящего момента \bar{M}_T при фиксированных значениях нормированного осевого усилия \bar{N} для сборной композитной упругой муфты

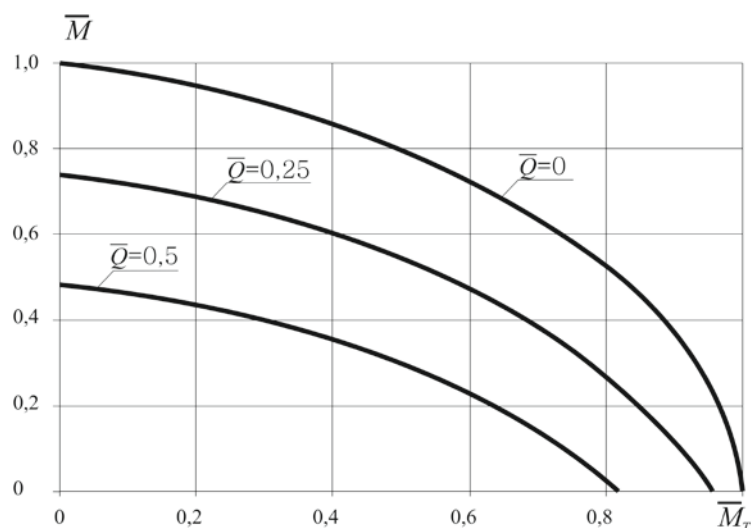


Рис. 3.8. Предельные зависимости нормированного изгибающего момента \bar{M} от нормированного крутящего момента \bar{M}_T при фиксированных значениях нормированного радиального усилия \bar{Q} для сборной композитной упругой муфты

Совместный анализ предельных зависимостей, приведенных на рис. 3.6 – рис. 3.8, позволил установить:

– все рассмотренные варианты комбинированного нагружения сопровождаются снижением величины предельного крутящего момента \hat{M}_T ;

– наибольшая скорость убывания значений предельного крутящего момента \hat{M}_T соответствует комбинации $\bar{M}_T \bar{N} \bar{Q}$ (рис. 3.7). В частности, при $\bar{N} = 0,25$ и $\bar{Q} = 0$ $\bar{M}_T = 0,84\hat{M}_T$, а при $\bar{N} = 0,5$ и $\bar{Q} = 0$ $\bar{M}_T = 0,65\hat{M}_T$;

– наименьшая скорость убывания значений предельного крутящего момента \hat{M}_T соответствует комбинации $\bar{M}_T \bar{M} \bar{Q}$ (рис. 3.8). Например, при $\bar{Q} = 0,25$ и $\bar{M} = 0$ $\bar{M}_T = 0,94\hat{M}_T$, а при $\bar{Q} = 0,5$ и $\bar{M} = 0$ $\bar{M}_T = 0,82\hat{M}_T$.

Приведенные зависимости устанавливают предельные комбинации нагрузок, приложенных к упругой муфте, и, следовательно, позволяют обоснованно подходить к назначению ограничений при выборе режимов эксплуатации.

3.4. Выводы по главе 3

1. Разработан двухэтапный метод численного моделирования статических жесткостных характеристик композитных упругих муфт. На первом этапе, используя метод конечных элементов, из условий равновесия конструкции находятся нелинейные статические нагрузочные характеристики упругих муфт. Для этого создается конечно-элементная модель упругой муфты, к которой приложены силовые и кинематические воздействия. Вычисленные дискретные значения нагрузочных характеристик аппроксимируются кусочно-линейными или гладкими функциями. На втором этапе, дифференцируя найденные функции нагрузочных характеристик по соответствующим линейным и угловым перемещениям, определяются искомые функции осевой, радиальной, изгибной и крутильной статических жесткостных характеристик упругой муфты.

2. Выполнены численные исследования влияния комбинированного нагружения на прочность композитной упругой муфты, позволившие оценить влияние уровней осевых и радиальных усилий, а также изгибающего момента на величину предельного крутящего момента. Полученные результаты показывают, что комбинированное нагружение осевым и радиальным усилиями приводит к наибольшему снижению значений передаваемого упругой муфтой предельного крутящего момента.

3. Оценка достоверности разработанного метода численного моделирования статических жесткостных характеристик и прочности упругих композитных муфт, выполненная путем сопоставления соответствующих расчетных и экспериментальных значений специально изготовленных опытных конструкций, продемонстрировала их хорошее согласование.

4. МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ КОМПОЗИТНЫХ УПРУГИХ МУФТ

Упругая муфта, включенная в состав валопровода, является эффективным средством борьбы с его крутильными колебаниями. Благодаря применению упругих муфт, как правило, крутильные колебания не представляют опасности для соединяемых стальных валов системы «двигатель-валопровод-движитель» энергетических установок с двигателями внутреннего сгорания и турбомашинами. Однако слабым звеном валопровода становятся сами упругие муфты [127]. Основную опасность для упругих муфт представляют низкочастотные формы свободных колебаний (3-7 Гц). Поэтому в линии валопровода не рекомендуется устанавливать очень податливые муфты, имеющие сильно выраженные нелинейности. Наличие в системе податливых нелинейных элементов может приводить к появлению в рабочем диапазоне дополнительных колебаний и автоколебательных процессов. Последнее подтверждается недавними результатами измерений крутильных колебаний в валопроводах энергетических установок головных заказов [128].

Предотвращение возникновения резонансных режимов в рабочем диапазоне частот упругой муфты достигается путем увеличения области ее линейного деформирования или за счет повышения диссипативных свойств виброизолятора [129]. Увеличение области линейного деформирования упругой муфты, как правило, сопровождается увеличением ее жесткостных характеристик. Поэтому более целесообразен подход, основанный на увеличении диссипативных характеристик упругой муфты.

Моделирование диссипативных характеристик композитных упругих муфт выполнялось на основе теории малых колебаний относительно положения статического равновесия в модулях Modal и Harmonic Response программного комплекса Ansys. Нестационарные процессы развития колебаний в системе «валопровод – упругая муфта» моделировались в модулях Modal и Transient Structural.

4.1. Приближенный метод моделирования диссипативных характеристик

Наиболее распространенный способ оценки демпфирующей способности вязкоупругих композитных конструкций основан на исследовании их свободных затухающих колебаний. Для этого реологические соотношения линейного вязкоупругого тела записываются в форме комплексных модулей [103, 104, 111-113, 122 130].

Использование принципа упруго-вязкоупругого соответствия в линейной теории вязкоупругости позволяет записать уравнения движения диссипативной механической системы путем замены упругих модулей и упругих переменных в уравнениях движения упругой механической системы [103, 104, 111-113, 130] соответствующими комплексными модулями и комплексными переменными. Нахождение комплексных собственных частот и комплексных собственных форм приводит к алгебраической проблеме комплексных собственных значений [103, 112]

$$([C] - \omega^2[M])\{X\} = \{0\}, \quad (4.1)$$

где $[C] = [C_R] + i \cdot [C_I]$ – комплексная матрица жесткости; $\omega = \bar{\omega} \sqrt{1 + i \cdot \eta}$ – комплексная собственная частота; $i = \sqrt{-1}$; η – коэффициент механических потерь; $[M]$ – матрица масс; $\{X\} = \{X_R\} + i \cdot \{X_I\}$ – комплексный собственный вектор.

Из уравнения (4.1) следует, что комплексная собственная частота k – й моды колебаний связана с комплексным собственным вектором соотношением Релея [130]:

$$\omega_k^2 (1 + i \cdot \eta_k) = \frac{\{X\}_k^T [C_R] \{X\}_k}{\{X\}_k^T [M] \{X\}_k} + i \cdot \frac{\{X\}_k^T [C_I] \{X\}_k}{\{X\}_k^T [M] \{X\}_k}. \quad (4.2)$$

При малых возмущениях ($\eta \ll 1$) по непрерывности в равенстве (4.2) можно заменить $\{X\}$ на $\{X_R\}$, т. е. воспользоваться приближенной формулой

$$\omega_k^2(1+i\cdot\eta_k) \approx \frac{\{X_R\}_k^T[C_R]\{X_R\}_k}{\{X_R\}_k^T[M]\{X_R\}_k} + i \cdot \frac{\{X_R\}_k^T[C_I]\{X_R\}_k}{\{X_R\}_k^T[M]\{X_R\}_k}. \quad (4.3)$$

Приравнивая вещественную и мнимую части в уравнении (4.3), запишем

$$\omega_k^2 \approx \frac{\{X_R\}_k^T[C_R]\{X_R\}_k}{\{X_R\}_k^T[M]\{X_R\}_k}. \quad (4.4)$$

$$\omega_k^2 \cdot \eta_k \approx \frac{\{X_R\}_k^T[C_I]\{X_R\}_k}{\{X_R\}_k^T[M]\{X_R\}_k}. \quad (4.5)$$

Из равенств (4.4), (4.5) получим величину коэффициента механических потерь k – i моды собственных колебаний

$$\eta_k \approx \frac{\{X_R\}_k^T[C_I]\{X_R\}_k}{\{X_R\}_k^T[C_R]\{X_R\}_k}. \quad (4.6)$$

В знаменателе дроби (4.6) стоит максимальная потенциальная энергия деформации, накопленная за один цикл k – i моды колебаний упругой системы, вычисляемая по вещественным частям элементов комплексной матрицы жесткости и вещественным частям элементов собственного вектора. Числитель дроби (4.6) характеризует рассеянную за один цикл колебаний потенциальную энергию деформации, вычисляемую по мнимым частям элементов комплексной матрицы жесткости и вещественным частям комплексного собственного вектора. Отношение (4.6) представляет собой основной вариант математической формулировки энергетического метода прогнозирования диссипативных свойств композитных структур [131, 132]. В соответствии с этим вариантом приближенное определение коэффициентов механических потерь композитных структур сводится к нахождению собственных частот и собственных форм колебаний консервативной механической системы с последующим вычислением числителя и знаменателя отношения (4.6).

Помимо основного варианта математической формулировки энергетического метода (4.6) из равенств (4.4), (4.5) вытекает еще один вариант, справедливый для ортотропных композитных конструкций [26, 109]:

$$\eta_k \approx \frac{\omega_k^2 \cdot \eta_k}{\omega_k^2} = \frac{\bar{\omega}_k^2}{\bar{\omega}_k^2}. \quad (4.7)$$

В соответствии с равенством (4.7) для нахождения η_k достаточно определить собственные частоты и собственные формы колебаний двух конструкций одинаковой геометрии и массы. При формировании матрицы жесткости первой конструкции $[C_R]$ используются вещественные части комплексных модулей, в то время как при формировании матрицы жесткости второй конструкции $[C_I]$ – мнимые части комплексных модулей. Анализ собственных форм колебаний, полученных в результате решения двух задач на собственные значения, позволяет установить пары тождественных форм колебаний, которым соответствуют собственные частоты $\bar{\omega}_k$ и $\bar{\omega}_k$ ($k = 1, \dots, n$), в дальнейшем идентифицируемые как вещественные и мнимые части комплексных собственных частот. Приближенное значение коэффициента механических потерь $k - z_0$ тона колебаний ортотропной структуры вычисляются по формуле (4.7).

Следует отметить, что в инженерных приложениях расчет ортотропных композитных конструкций предпочтительнее выполнять по второму варианту энергетического метода (4.7), позволяющему использовать возможности существующих коммерческих программных комплексов без какой-либо их доработки.

Энергетический метод широко применяется на практике, прежде всего в силу его простоты и прозрачности механической процедуры, а также внешней привлекательности отсутствия необходимости решения обобщенной комплексной задачи вида (4.1). Однако с повышением демпфирующей способности конструкции достоверность прогноза по формуле (4.3), вообще говоря, падает. Основной причиной снижения точности прогноза является то, что первое слагаемое в правой части формулы (4.2) также вносит вклад в мнимую составляющую комплексной собственной частоты, не обязательно малую по сравнению со вторым

слагаемым в (4.3). Вторые слагаемые в формулах (4.2) и (4.3) также не обязательно близки друг к другу из-за различия собственных векторов, чего формула (4.3) вовсе не учитывает.

Следовательно, в отличие от вязкоупругого подхода (4.1), энергетический метод не позволяет обеспечить надежное прогнозирование диссипативных свойств композитных структур с высокой демпфирующей способностью. Вместе с тем в настоящее время существует незначительное число работ, содержащих результаты численных исследований диссипативных свойств композитных структур на основе решения уравнения (4.1). Причем авторы ограничивались рассмотрением лишь простейших конструкций (слоистые балки, пластины, оболочки) [103, 104, 111-113]. Отсутствие публикаций по прогнозированию демпфирования конструкций сложной геометрии, расчет которых может быть выполнен только на основе метода конечных элементов, объясняется значительными трудностями построения численной процедуры решения комплексной задачи на собственные значения для систем большой размерности. Однако применение композитных конструкций с высокими уровнями рассеяния энергии требует разработки инженерных методов их расчета.

Для композитных структур, образованных несущими слоями из конструкционных композитов и слоями вязкоупругих материалов, существующий пробел может быть заполнен путем применения комбинированного подхода, суть которого состоит в поэтапном определении коэффициентов механических потерь составляющих элементов и системы в целом. На первом этапе, учитывая структуру армирования конструкции и граничные условия, вычисляются диссипативные характеристики различных форм колебаний несущих слоев в соответствии с приближенным алгоритмом, реализующим формулу (4.7). На втором этапе, используя полученные на первом этапе результаты в качестве осредненных упруго-диссипативных свойств материалов несущих слоев и экспериментально определенные температурно-частотные зависимости комплексных модулей вязкоупругих

материалов, вычисляются диссипативные характеристики слоистой структуры в целом. Для этого средствами коммерческих программных комплексов находятся амплитудно-частотные характеристики установившихся вынужденных колебаний рассматриваемых диссипативных механических систем. Численное значение коэффициента механических потерь k -й моды колебаний вычисляется на отрезке $[f_{k1}, f_{k2}]$ по формуле

$$\eta_k = \frac{\Delta f_k}{f_k} = \frac{f_{k2} - f_{k1}}{f_k}, \quad (4.8)$$

где f_{k1} и f_{k2} – левая и правая абсциссы амплитудно-частотной характеристики, соответствующие ординатам $A = 0,707A_k$; A_k – амплитуда, соответствующая k -й собственной частоте f_k (рис. 4.1).

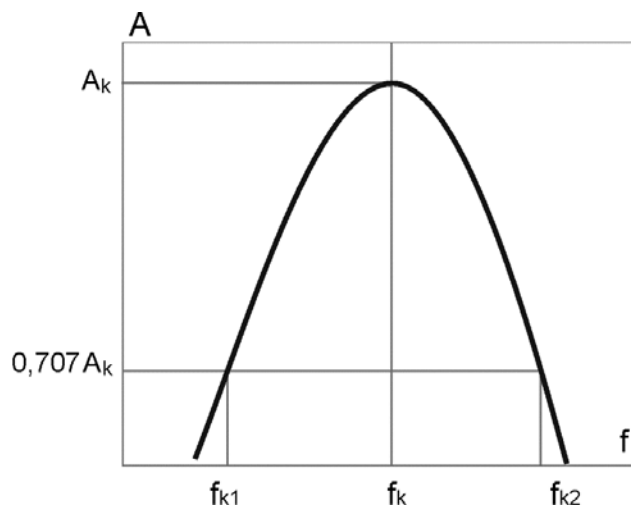


Рис. 4.1. Фрагмент амплитудно-частотной характеристики k -й моды колебаний композитной упругой муфты.

4.2. Оценка достоверности приближенных методов моделирования диссипативных характеристик

Оценка достоверности предложенного приближенного метода определения коэффициентов механических потерь композитных конструкций осуществлялась путем сопоставления результатов, вычисленных по формулам (4.7), (4.8) с опубликованными аналогичными результатами,

полученными путем решения комплексной задачи на собственные значения и с результатами экспериментальных исследований.

Учитывая сказанное, для проверки достоверности формулы (4.7) естественно воспользоваться результатами, приведенными в [131, 133]. Характеристики квадратных в плане пластин ($a \times a$), использованных в экспериментах [131], и упруго-диссипативные свойства слоев углепластика HMS / DX-210, соответствующие различному объемному содержанию волокон V_f , представлены в таблицах 4.1, 4.2.

Таблица 4.1. Характеристики экспериментальных пластин

№ пластины	Кол-во слоев	ρ , кг/м ³	h , мм	$a \times a$, мм	V_f	Структура армирования
762	8	1566,0	1,58	178 × 178	0,516	[0 / 0 / 0 / 0] _s
764	8	1446,0	2,12	235 × 235	0,342	[0 / 90 / 0 / 90] _s
770	8	1551,0	1,62	215 × 215	0,494	[0 / 90 / + 45 / - 45] _s
772	12	1636,0	2,02	216 × 216	0,618	[0 / ± 60 / 0 / ± 60] _s

Авторы работы [131] использовали классическую теорию пластин. Поэтому они ограничивались определением численных значений только вещественных и мнимых частей комплексных модулей упругости E_1^* , E_2^* и комплексного модуля сдвига в плоскости армирования G_{12}^* . Эти величины приведены в статье для $V_f = 0,5$. Методика определения упруго-диссипативных характеристик материала слоя описана в [134]. Недостающие значения вещественных и мнимых частей комплексных модулей межслойного сдвига G_{13}^* , G_{23}^* для $V_f = 0,5$ и E_1^* , E_2^* , G_{12}^* , G_{13}^* , G_{23}^* для $V_f = 0,342; 0,494; 0,516; 0,618$ определялись в соответствии с рекомендациями, изложенными в работах [135, 136].

На рис. 4.2 – 4.5 представлены экспериментальные и расчетные значения собственных частот f_i и коэффициентов механических потерь η_i для четырех пластин из углепластика, приведенные в работах [131, 132, 137], и

значения f_i , η_i , вычисленные по формуле (4.7). Совместный анализ всей совокупности результатов позволяет отметить хорошее соответствие как между расчетными и экспериментальными значениями собственных частот и коэффициентов механических потерь, так и между расчетными значениями, полученными по различным математическим моделям.

Таблица 4.2. Свойства материалов слоев углепластика HMS / DX-210

V_f	0,000	0,5	0,342	0,494	0,516	0,618
E_1 , ГПа	3,210	172,700	119,141	170,666	178,124	212,700
E_2 , ГПа	3,210	7,200	5,926	7,147	7,345	8,361
G_{12} , ГПа	1,200	3,760	2,746	3,712	3,892	4,937
G_{23} , ГПа	–	–	1,648	2,227	2,335	2,962
G_{13} , ГПа	–	–	2,746	3,712	3,892	4,937
$\eta_1 \times 10^4$	104,100	7,1620	7,9872	7,1840	7,1060	6,8167
$\eta_2 \times 10^3$	10,410	6,7816	7,1101	6,7320	6,6730	6,3569
$\eta_{12} \times 10^2$	1,0640	1,1220	1,3685	1,1220	1,1220	0,9193
$\eta_{23} \times 10^2$	–	–	1,3685	1,1220	1,1220	0,9193
$\eta_{13} \times 10^2$	–	–	1,3685	1,1220	1,1220	0,9193
ν_{12}	0,34	0,3	0,313	0,3	0,3	0,291

Оценка достоверности приближенного комбинированного подхода определения диссипативных свойств композитных структур, образованных ортотропными несущими слоями и слоями вязкоупругих материалов (формула (4.8)) проводилась путем сопоставления расчетных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь с приведенными в работе [131] аналогичными расчетными и экспериментальными значениями безопорных трехслойных пластин (рис 4.6).

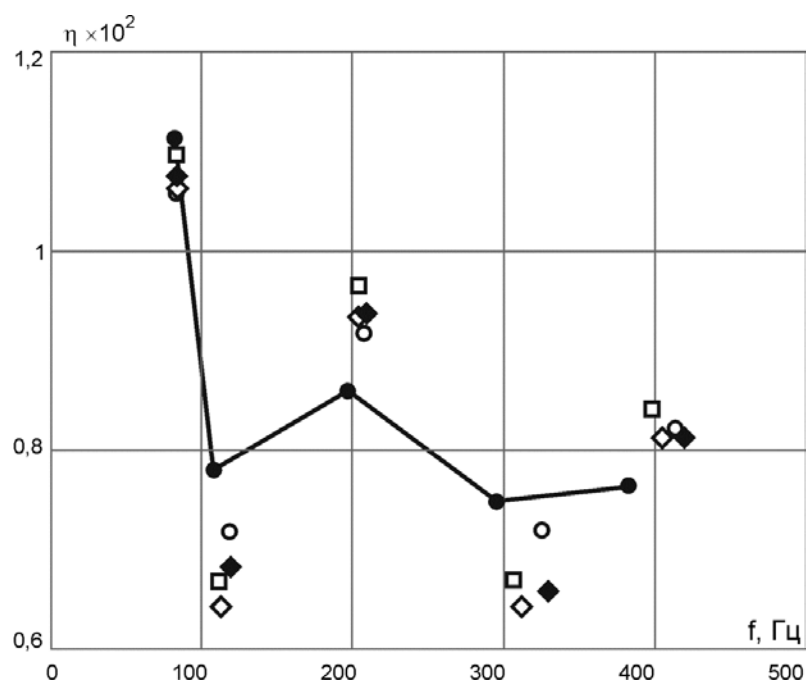


Рис. 4.2. Сопоставление расчетных и экспериментальных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь безопорной квадратной пластины № 762 из углепластика: ○ – настоящая работа; □ – Иванцова, Рябов, Ярцев [137]; ◆ – Lin et al [131]; ◇ – Кoo & Lee [133]; ● – эксперимент [131]

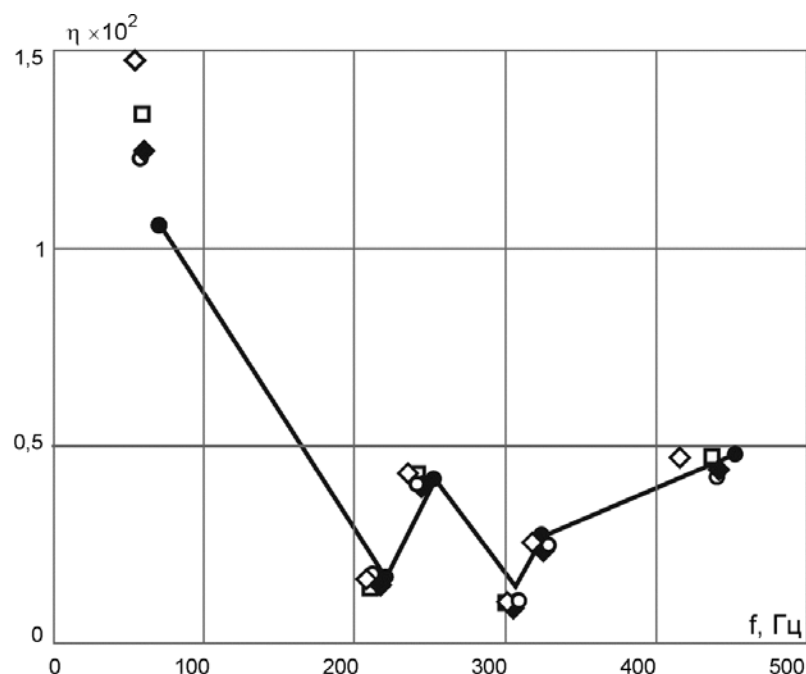


Рис. 4.3. Сопоставление расчетных и экспериментальных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь безопорной квадратной пластины № 764 из углепластика: ○ – настоящая работа; □ – Иванцова, Рябов, Ярцев [137]; ◆ – Lin et al [131]; ◇ – Кoo & Lee [133]; ● – эксперимент [131]

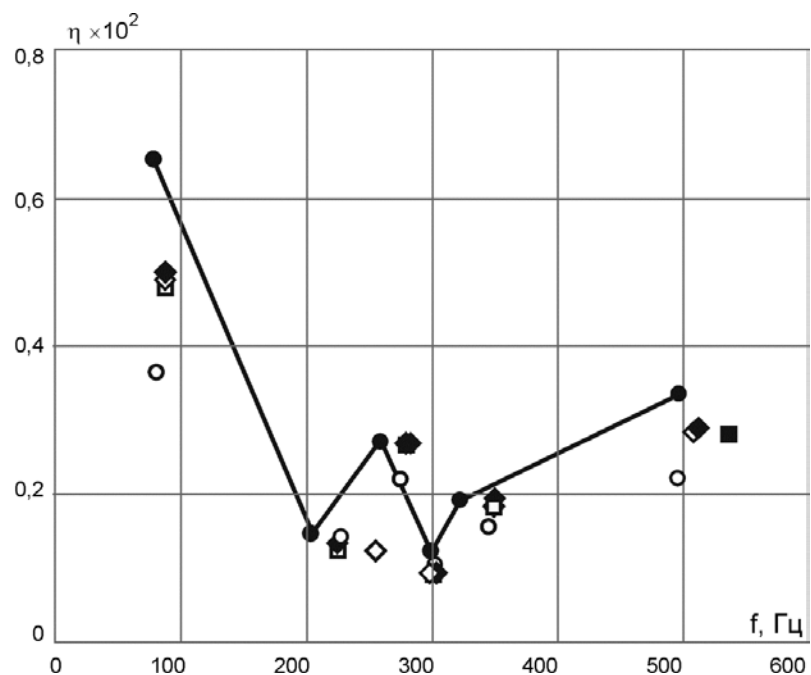


Рис. 4.4. Сопоставление расчетных и экспериментальных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь безопорной квадратной пластины № 770 из углепластика: ○ – настоящая работа; □ – Иванцова, Рябов, Ярцев [137]; ◆ – Lin et al [131]; ◇ – Кoo & Lee [133]; ● – эксперимент [131]

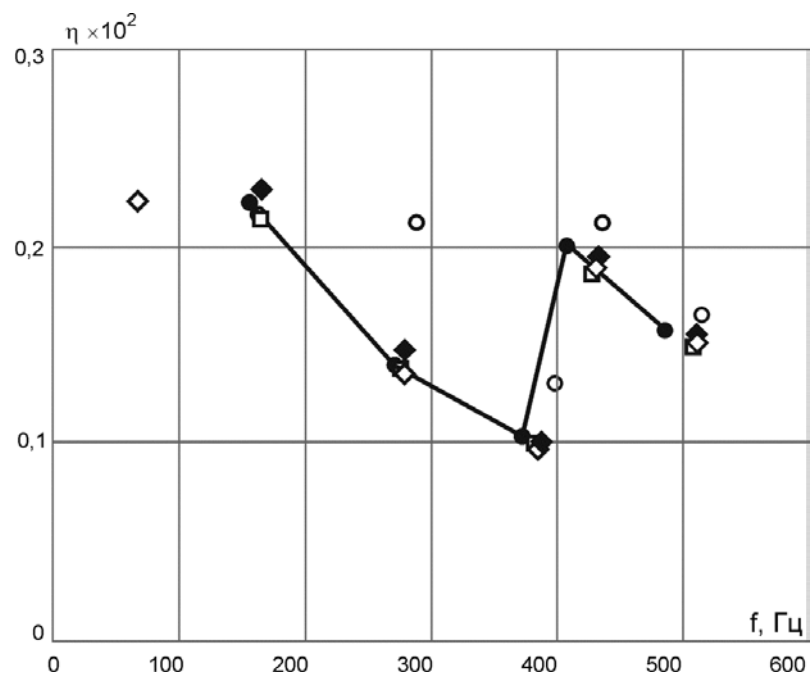


Рис. 4.5. Сопоставление расчетных и экспериментальных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь безопорной квадратной пластины № 772 из углепластика: ○ – настоящая работа; □ – Иванцова, Рябов, Ярцев [137]; ◆ – Lin et al [131]; ◇ – Кoo & Lee [133]; ● – эксперимент [131]

Предложенная в [104] математическая модель затухающих колебаний трехслойных пластин основана на модели комплексных модулей и принципе упруго-вязкоупругого соответствия.

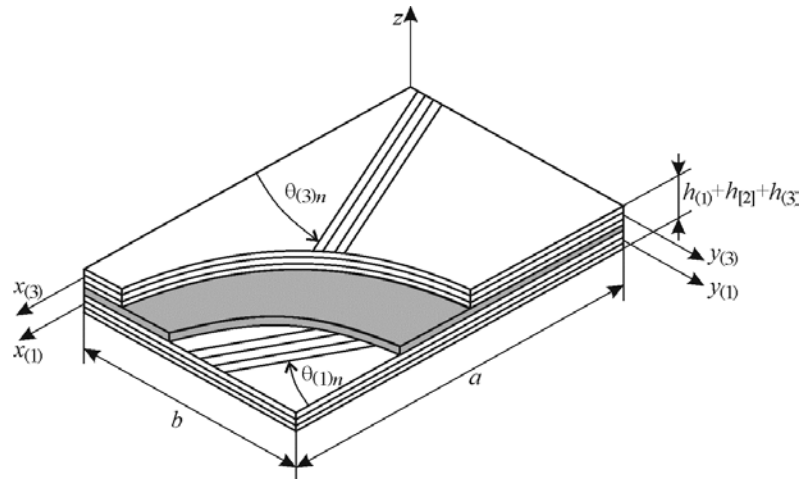
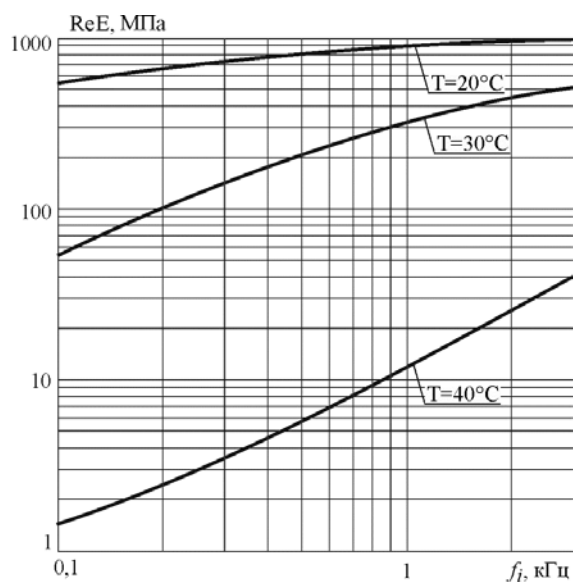


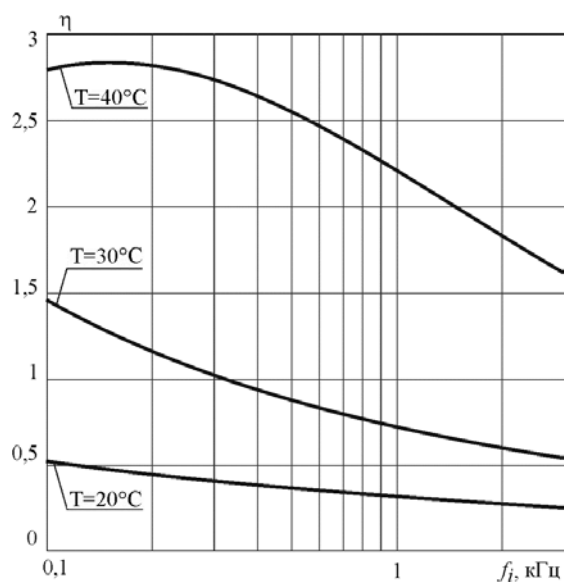
Рис. 4.6. Трехслойная пластина

Экспериментальные исследования проводились на двух сериях трехслойных прямоугольных пластин (по 4 образца в серии: $a = 0,25 \text{ м}$, $b = 0,04 \text{ м}$). Жесткие слои трехслойных пластин выполнялись из однонаправленного углепластика CM-Preg-C-230/600 CP004 39 ($h_{(1)} = h_{(3)} = h = 0,005 \text{ м}$; $\theta_1 = \theta_3 = \theta = 0^0$). Мягкий слой трехслойных пластин первой серии выполнялся из вязкоупругого полимера ВПС-2,5 ($h_{(2)} = 0,0006 \text{ м}$), а трехслойных пластин второй серии – из вязкоупругого полимера ВПС-3 ($h_{(2)} = 0,001 \text{ м}$). Упруго-диссипативные характеристики однонаправленного углепластика CM-Preg-C-230/600 CP004 39 ($\rho = 1500 \text{ кг/м}^3$, $E_1 = 120(1 + i \cdot 9 \cdot 10^{-4}) \text{ ГПа}$, $E_2 = 8(1 + i \cdot 9,6 \cdot 10^{-3}) \text{ ГПа}$, $G_{12} = G_{13} = 4,4(1 + i \cdot 1,6 \cdot 10^{-2}) \text{ ГПа}$, $G_{23} = 2,7(1 + i \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}) \text{ ГПа}$, $\nu_{12} = 0,27$) и вязкоупругих полимеров (рис. 4.7, рис. 4.8) определялись экспериментально.

Сопоставление расчетных и экспериментальных значений собственных частот $f_{i \text{ cal}}$, $f_{i \text{ exp}}$ и коэффициентов механических потерь $\eta_{i \text{ cal}}$, $\eta_{i \text{ exp}}$ изгибных ($i = \overline{1, 4}$) и крутильных ($i = \overline{1, 3}$) колебаний трехслойных пластин приведено на рис. 4.9 – рис.4.12.

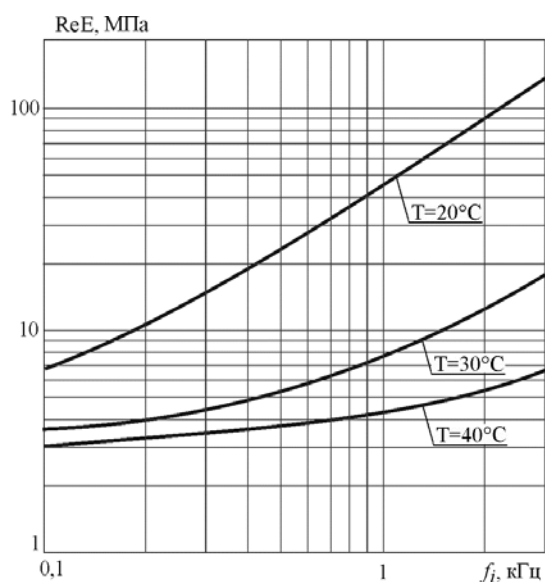


а)

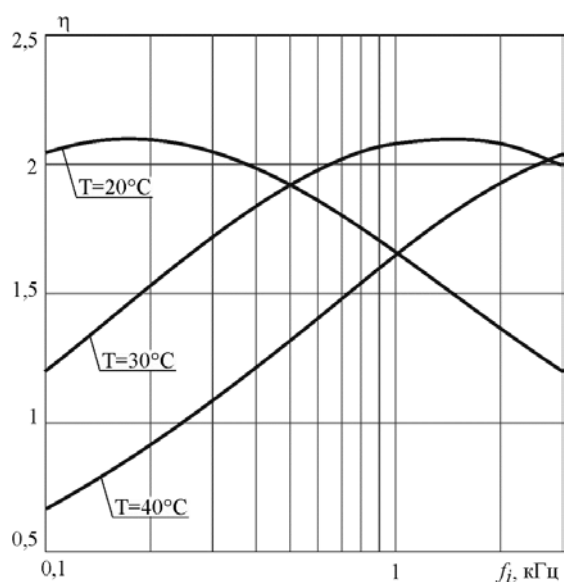


б)

Рис. 4.7. Частотные зависимости а) вещественной части комплексного модуля упругости, б) коэффициента механических потерь вязкоупругого полимера ВПС-2,5 при фиксированных значениях температуры окружающей среды



а)



б)

Рис. 4.8. Частотные зависимости а) вещественной части комплексного модуля упругости, б) коэффициента механических потерь вязкоупругого полимера ВПС-3 при фиксированных значениях температуры окружающей среды

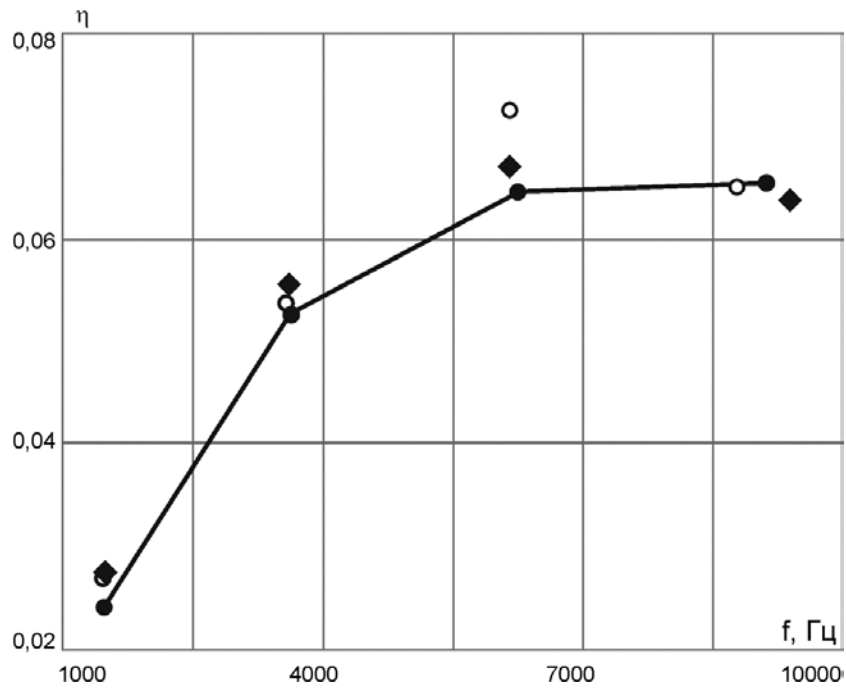


Рис. 4.9. Сопоставление расчетных и экспериментальных значений собственных частот изгибных колебаний и коэффициентов механических потерь безопорной трехслойной пластины с вязкоупругим средним слоем из ВПС-2,5: \circ – настоящая работа (ANSYS); \blacklozenge – Рябов, Ярцев, Паршина [104]; \bullet – эксперимент [104]

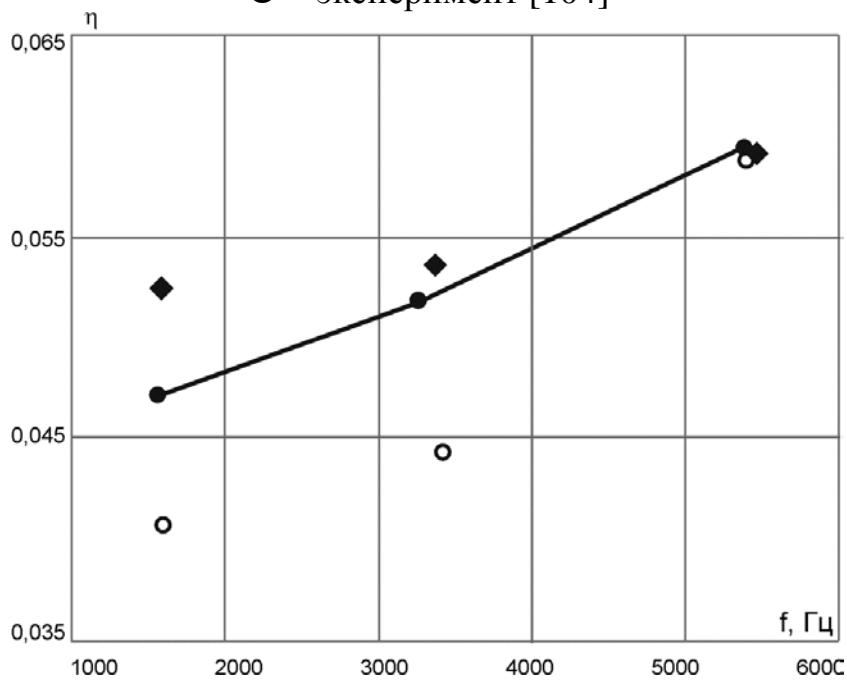


Рис. 4.10. Сопоставление расчетных и экспериментальных значений собственных частот крутильных колебаний и коэффициентов механических потерь безопорной трехслойной пластины с вязкоупругим средним слоем из ВПС-2,5: \circ – настоящая работа (ANSYS); \blacklozenge – Рябов, Ярцев, Паршина [104]; \bullet – эксперимент [104]

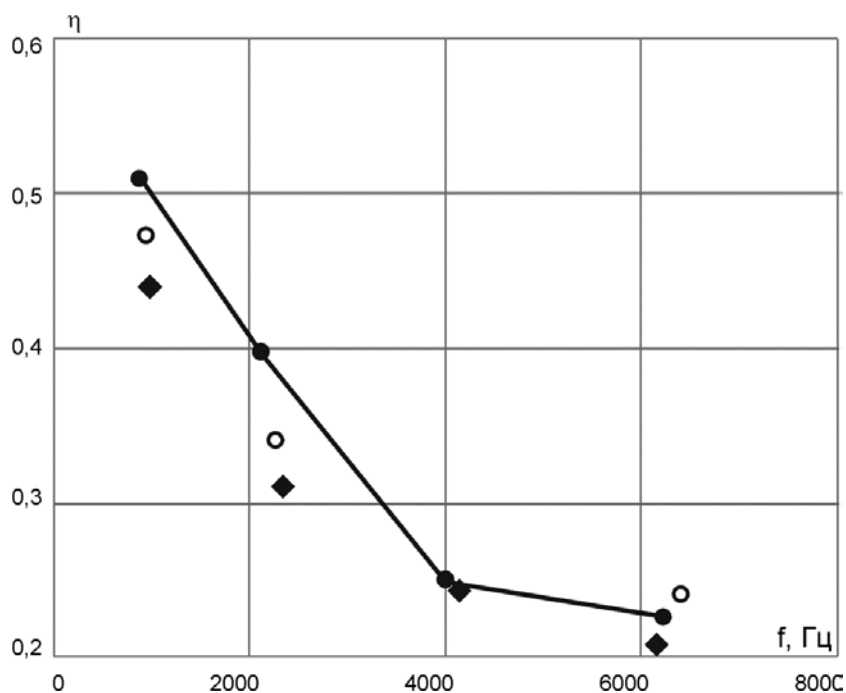


Рис. 4.11. Сопоставление расчетных и экспериментальных значений собственных частот изгибных колебаний и коэффициентов механических потерь безопорной трехслойной пластины с вязкоупругим средним слоем из ВПС-3: \circ – настоящая работа (ANSYS); \blacklozenge – Рябов, Ярцев, Паршина [104]; \bullet – эксперимент [104]

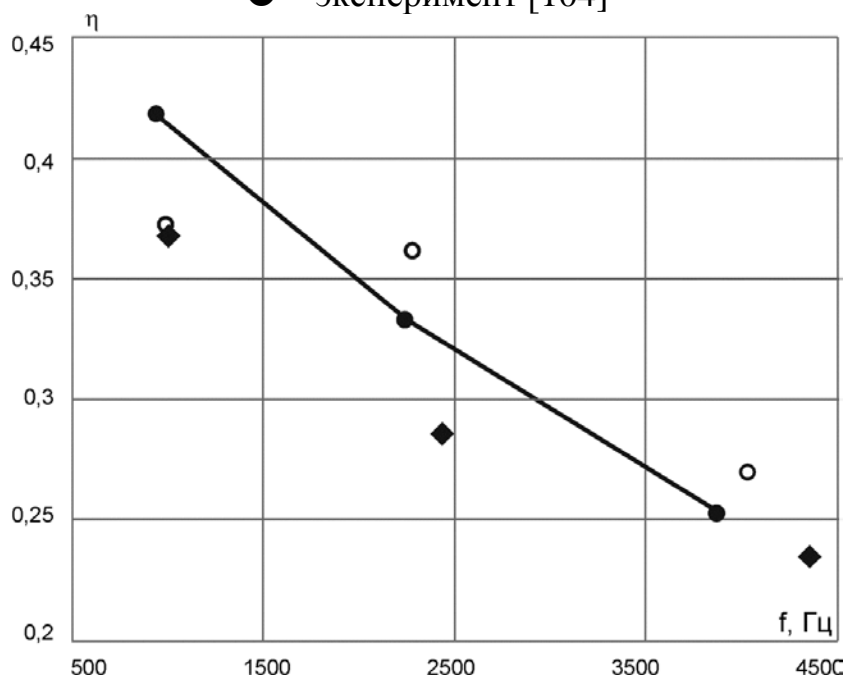


Рис. 4.12. Сопоставление расчетных и экспериментальных значений собственных частот крутильных колебаний и коэффициентов механических потерь безопорной трехслойной пластины с вязкоупругим средним слоем из ВПС-3: \circ – настоящая работа (ANSYS); \blacklozenge – Рябов, Ярцев, Паршина [104]; \bullet – эксперимент [104]

Сопоставление полученных результатов позволяют утверждать, что использование обоих методов прогнозирования диссипативных свойств приводит к хорошему согласованию с экспериментальными данными. Расхождения $\Delta f_i = [(f_{i\text{ cal}}/f_{i\text{ exp}}) - 1] \cdot 100\%$ $\Delta \eta_i = [(\eta_{i\text{ cal}}/\eta_{i\text{ exp}}) - 1] \cdot 100\%$ между значениями $f_{i\text{ cal}} = f_{i\text{ cal}}(f)$ и $f_{i\text{ exp}} = f_{i\text{ exp}}(f)$ $\eta_{i\text{ cal}} = \eta_{i\text{ cal}}(f)$ и $\eta_{i\text{ exp}} = \eta_{i\text{ exp}}(f)$ возрастают по мере увеличения демпфирующей способности механической системы, но для всех рассмотренных случаев справедливы неравенства $|\Delta f_i| \leq 10\%$, $|\Delta \eta_i| \leq 15\%$. Следовательно, достоверность предложенного приближенного комбинированного подхода определения диссипативных свойств композитных структур, образованных ортотропными несущими слоями и слоями вязкоупругих материалов подтверждена.

Кроме того, оценка достоверности приближенного комбинированного подхода определения диссипативных свойств композитных структур, образованных несущими слоями из конструкционных композитов и слоями вязкоупругих материалов проводилась путем сопоставления экспериментальных и расчетных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь трех опытных конструкций сборной композитной упругой муфты, основные геометрические размеры которой приведены на рис. 3.2.

В таблице 4.3 представлены расчетные и экспериментальные значения трех собственных частот (f_p , f_s) и соответствующих им коэффициентов механических потерь (η_p , η_s) низших тонов колебаний конструкций. В этой же таблице приведены расхождения расчетных и экспериментальных величин $\Delta f = [(f_p / f_s) - 1] \cdot 100\%$, $\Delta \eta = [(\eta_p / \eta_s) - 1] \cdot 100\%$.

Сравнение величин коэффициентов механических потерь приведенных в таблице 4.3 позволяет отметить, что сборная композитная упругая муфта, обеспечивает эффективное рассеяние энергии всех мод колебаний. Ее высокие диссипативные характеристики обусловлены рассеянием

значительной части потенциальной энергии деформации за счет деформаций сдвига среднего слоя.

Таблица 4.3. Сопоставление расчетных и экспериментальных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь опытных конструкций сборной композитной упругой муфты

№ констр.	f_s , Гц	f_p , Гц	Δ_f , %	η_s	η_p	Δ_η , %	Примечания
1	19,64		13,95	0,285		- 9,82	Первый тон осевых колебаний нижней мембраны
2	24,56	22,38	- 8,88	0,307	0,257	- 16,28	
3	27,70		- 19,21	0,249		3,21	
1	63,88		11,52	0,342		- 23,39	Первый тон осевых колебаний верхней мембраны
2	64,50	71,24	10,44	0,371	0,262	- 29,38	
3	85,75		- 16,92	0,317		- 17,35	
1	239,41		13,69	0,0873		- 12,71	Первый тон крутильных колебаний
2	254,67	272,19	6,88	0,103	0,0762	- 26,02	
3	319,74		- 14,87	0,0967		- 21,20	

При сопоставлении расчетных и экспериментальных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь низших тонов колебаний рассматриваемой конструкции учитывается существование ряда неопределенностей, оказывающих значительное влияние на сходимость результатов численного моделирования с результатами эксперимента для динамических систем. К этим неопределенностям, увеличивающим расхождения расчетных и экспериментальных величин, в первую очередь, относятся неточность воспроизведения используемых в расчете граничных условий при проведении испытаний. Кроме того известно, что свойства выпускаемых промышленностью вязкоупругих полимеров могут изменяться от партии к партии, а фирмы время от времени вносят изменения в их состав или процесс изготовления, характеристики, представляемые изготовителями, не могут быть полностью гарантированы [138]. Поэтому достигнутая сходимость расчетных и экспериментальных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь может считаться удовлетворительной.

4.3. Метод моделирования нестационарных колебаний композитной упругой муфты

Исследование вынужденных колебаний вращающейся композитной упругой муфты производится на основе численного решения уравнений движения [130, 139, 140]

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + ([G] + [D])\{\dot{u}(t)\} + ([B] + [C])\{u(t)\} = \{F(t)\}, \quad (4.9)$$

где $[M]$, $[D]$, $[C]$ – симметричные матрицы масс ($[M] = [M]^T$), демпфирования ($[D] = [D]^T$) и жесткости ($[C] = [C]^T$); $[G]$ – антисимметричная матрица гироскопических моментов ($[G] = -[G]^T$), элементы которой зависят от угловой скорости вращения $\omega = \dot{\varphi}(t)$; $[B]$ – антисимметричная матрица неконсервативных позиционных сил (циркуляционная матрица) ($[B] = -[B]^T$); $\{u(t)\}$, $\{\dot{u}(t)\}$, $\{\ddot{u}(t)\}$ – векторы виброперемещений, виброскоростей и виброускорений; $\{F(t)\}$ – вектор внешних сил.

В случае свободных колебаний $\{F(t)\} = \{0\}$ и уравнения (4.9) принимают вид:

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + ([G] + [D])\{\dot{u}(t)\} + ([B] + [C])\{u(t)\} = \{0\}. \quad (4.10)$$

Из анализа уравнения (4.10) следует, что увеличение угловой скорости вращения сопровождается изменением собственных частот вращающейся механической системы относительно собственных частот не вращающейся механической системы. Это различие порождается влиянием гироскопических моментов и неконсервативных позиционных сил в уравнениях движения вращающегося валопровода. А именно связью собственного кинематического момента тела с угловой скоростью вращения относительно оси.

Зависимость собственных частот колебаний упругой муфты f_k и частот возбуждающих гармоник от угловой скорости вращения валопровода ω , называемая диаграммой Кэмпбелла, позволяет определить режимы, на которых происходят резонансные колебания. Проиллюстрируем построение

диаграммы Кэмпбелла для вращающейся композитной упругой муфты, изображенной на рис. 3.2. Мембраны упругой муфты жестко связаны с концами соединяемых валов. Другие концы валов закреплены в подпятниках, запрещающих все линейные и угловые перемещения за исключением вращения относительно оси валопровода.

В результате серии решений задачи на собственные значения с учетом гироскопических эффектов и неконсервативных позиционных сил (4.10) для рассматриваемой упругой муфты построена диаграмма Кэмпбелла (рис. 4.13). На этой диаграмме по оси абсцисс отложены числа оборотов вращения валопровода n , а по оси ординат – собственные частоты колебаний упругой муфты f_k . Восходящие линии на диаграмме соответствуют прямой прецессии (линии $1B', 2B', 3B', \dots$ на рис. 4.13), а нисходящие – обратной прецессии (линии $1B, 2B, 3B, \dots$ на рис. 4.13). Лучи, проведенные из начала координат, представляют собой частоты возбуждения, кратные числу оборотов $f = 2\pi n / 60 \text{ с}$. Кратность j указана для каждого луча. Точки пересечения лучей с кривыми f_k и определяют частоты вращения валопровода, при которых возникают резонансные колебания упругой муфты.

Таким образом, диаграмма Кэмпбелла позволяет найти резонансные частоты колебаний упругой муфты, которых следует избегать при проектировании валопровода. Это достигается за счет отстройки частоты вращения от рабочей частоты $n_{\text{раб}}$ вращающегося валопровода.

Диаграмма Кэмпбелла, строящаяся на основе решения задачи на собственные значения, позволяет установить запретные частотные диапазоны эксплуатации композитной упругой муфты. Этого достаточно для динамических механических систем с малым демпфированием, для которых амплитуды перемещений при резонансных колебаниях велики. Но диаграмма Кэмпбелла не позволяет оценить влияние демпфирования на величины резонансных амплитуд перемещений, а, следовательно, соответствующих

этим перемещениям деформаций и напряжений, возникающих в элементах упругой муфты, диссипативные характеристики которой велики.

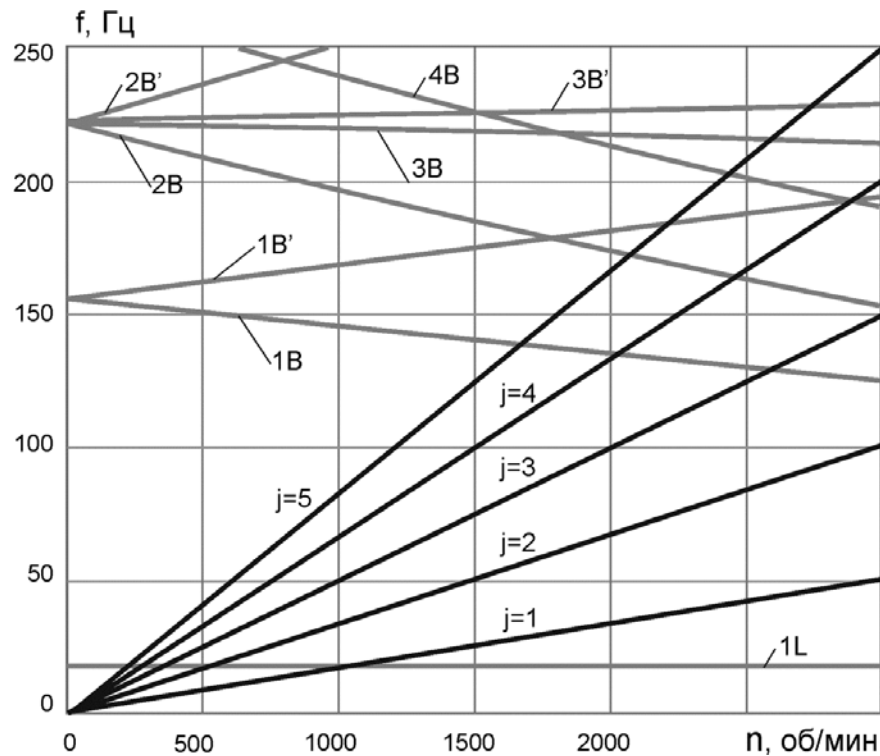


Рис. 4.13 Диаграмма Кэмпбелла для сборной композитной упругой муфты

Оценка влияния уровня диссипативных характеристик на величины резонансных амплитуд перемещений композитной упругой муфты может быть получена путем рассмотрения ее вынужденных колебаний на основе численного решения уравнений движения (4.9). В настоящей работе выполнены два варианта такой оценки.

В первом варианте рассматриваются вынужденные колебания не вращающейся композитной упругой муфты, жестко связанной с концами соединяемых валов. Другие концы валов закреплены в подпятниках. На одном из подпятников запрещены все линейные и угловые перемещения за исключением угла поворота относительно оси вала. На втором подпятнике разрешены только осевое и радиальное смещения. К валу приложен изменяющийся по гармоническому закону вектор внешних сил $\{F(t)\} = \{F_L \ F_R \ M \ M_T\}^T e^{i\omega t}$. Здесь F_L, F_R – проекции амплитуды вектора

внешних сил на осевое (L) и радиальное (R) направления; M, M_T – амплитуды изгибающего и крутящего моментов. В этом случае $[G] = [B] = [0]$ и уравнения (4.9) приводятся к виду:

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [D]\{\dot{u}(t)\} + [C]\{u(t)\} = \{F(t)\}, \quad (4.11)$$

Во втором варианте рассматриваются вынужденные колебания вращающейся композитной упругой муфты, находящейся в гравитационном поле сил тяжести. Мембраны упругой муфты жестко связаны с концами соединяемых валов. Другие концы валов закреплены в подпятниках, запрещающих все линейные и угловые перемещения за исключением вращения относительно оси вала. Закон изменения угловой скорости вращения входящего приводного вала во времени принимался в виде:

$$\omega = \dot{\varphi}(t) = 100 \cdot t^2 + 10 \cdot t \quad (4.12)$$

Сравнительные численные исследования выполнялись для двух вариантов конструктивного исполнения композитной упругой муфты: а) слой мягкого вязкоупругого полимера ВПС-2,5 включен в состав конструкции мембран (рис. 3.2) и б) слой мягкого вязкоупругого полимера ВПС-2,5 отсутствует в составе конструкции мембран.

На рис. 4.14 представлены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ), построенные по результатам численного исследования вынужденных колебаний не вращающейся композитной упругой муфты. Сплошной черной линией обозначена АЧХ упругой муфты, в состав конструкции мембран которой включен слой мягкого вязкоупругого полимера ВПС-2,5. Сплошная серая линия соответствует АЧХ упругой муфты, в состав конструкции мембран которой отсутствует слой мягкого вязкоупругого полимера ВПС-2,5. Колебания возбуждались вектором внешних сил $\{F(t)\} = \{1H \ 1H \ 0 \ 1H_m\}^T e^{i\omega t}$.

Сопоставление АЧХ, приведенных на рис. 4.14, позволяет отметить, что включение в состав конструкции мембран слоя мягкого вязкоупругого полимера ВПС-2,5 приводит к незначительному изменению ее инерционно-

жесткостных характеристик и существенному снижению резонансных максимумов.

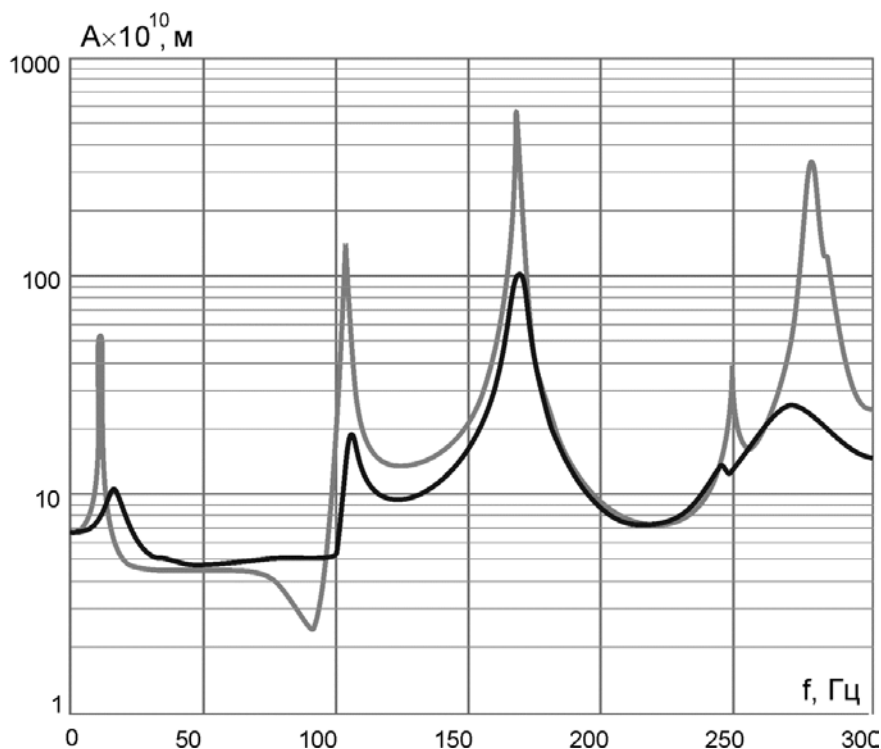


Рис. 4.14. АЧХ двух вариантов конструкции сборной композитной упругой муфты, полученные в результате гармонического анализа

Результаты численного моделирования вынужденных колебаний вращающейся композитной упругой муфты, находящейся в гравитационном поле сил тяжести приведены на рис. 4.15, рис 4.16 в виде графиков амплитудно-частотных зависимостей модулей главных векторов дополнительных динамических реакций в опорах валопровода, возникающих при изменении угловой скорости вращения входящего приводного вала в соответствии с уравнением (4.12). Используемые на рис. 4.15, рис 4.16 обозначения соответствуют обозначениям, принятым на рис. 4.14.

Совместный анализ графиков зависимостей, приведенных на рис. 4.13, рис. 4.15, рис 4.16 позволяет отметить корреляцию между значениями частот колебаний, соответствующих локальным экстремумам функций $A_R = A_R(f)$, и резонансными частотами колебаний упругой муфты, определяемыми по диаграмме Кэмпбелла.

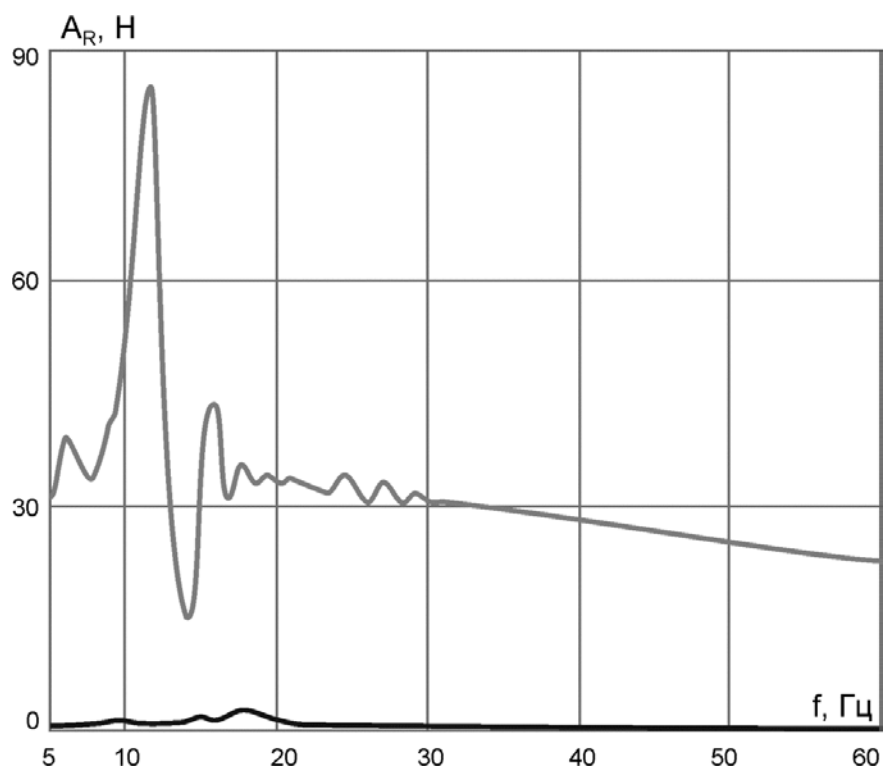


Рис. 4.15. АЧХ модулей главных векторов дополнительных динамических реакций в опорах валопровода двух вариантов конструкции сборной упругой муфты в диапазоне частот $f \in [5, 60] \text{ Гц}$

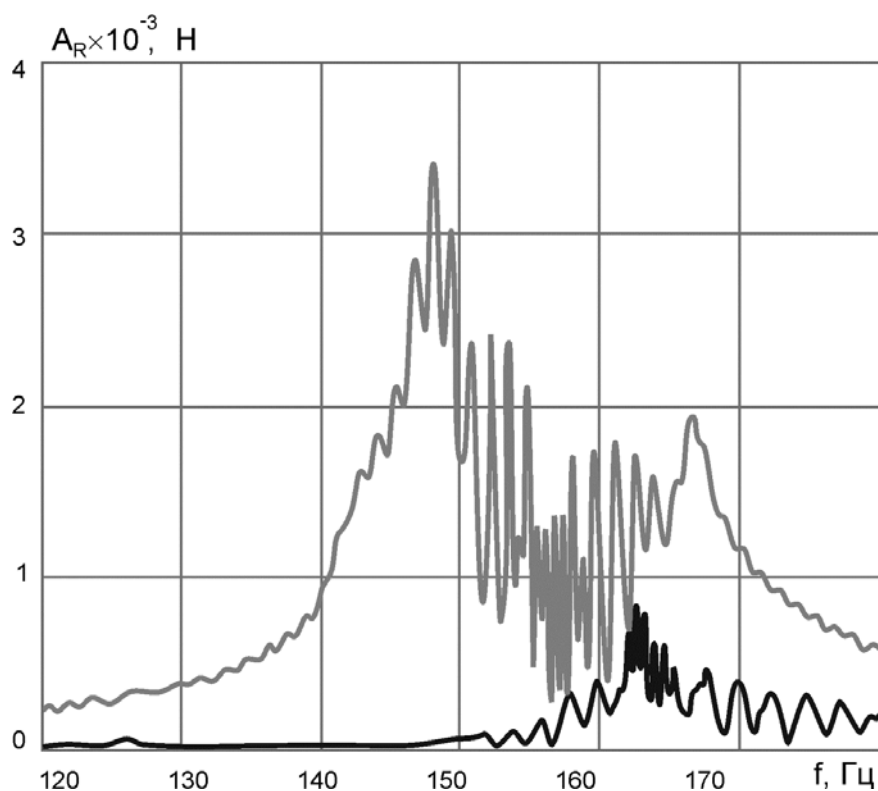


Рис. 4.16. АЧХ модулей главных векторов дополнительных динамических реакций в опорах валопровода двух вариантов конструкции сборной упругой муфты в диапазоне частот $f \in [120, 180] \text{ Гц}$

Приведенные на рис. 4.15, рис 4.16 графики однозначно свидетельствуют о целесообразности включения в состав конструкции мембран композитной упругой муфты слоя мягкого вязкоупругого полимера ВПС-2,5 с целью значительного снижения амплитуд резонансных максимумов частотных зависимостей модулей главных векторов дополнительных динамических реакций в опорах валопровода.

4.4. Исследование влияния температуры среды эксплуатации и погрешностей изготовления на значения собственных частот и коэффициентов механических потерь композитной упругой муфты

Поскольку упруго-диссипативные характеристики компонент в конструкцию слоев являются функциями температуры среды эксплуатации T и частоты колебаний, то численное исследование выполнялось для ряда фиксированных значений $T = 20^{\circ}\text{C}$, 30°C , 40°C .

В рассматриваемом диапазоне изменения температур влияние частоты колебаний и температуры окружающей среды на упруго-диссипативные характеристики стеклопластика пренебрежимо мало. Это обусловлено более высокой температурой стеклования T_g стеклопластиков по отношению к температуре среды эксплуатации T конструкций из них. Поэтому при проведении расчетов упруго-диссипативные характеристики стеклопластика Т-10-14 / DION FR 9300 считались постоянными при всех рассматриваемых значениях T . В то же время, учитывая, что рассматриваемый диапазон изменения температуры среды эксплуатации пересекается с областью перехода вязкоупругого полимера из стеклообразного состояния в высокоэластическое состояние, при проведении расчетов учитывалась температурно-частотная зависимость его упруго-диссипативных характеристик.

Расчеты выполнялись для композитной упругой муфты, основные геометрические размеры которой приведены на рис. 3.2. Жесткие наружные

слои трехслойных кольцевых мембран имеют равную толщину $h_1 = h_3 = 2,5 \text{ мм}$. Толщина среднего слоя мягкого вязкоупругого полимера ВПС-2,5 переменна ($h_2 \neq \text{const}$).

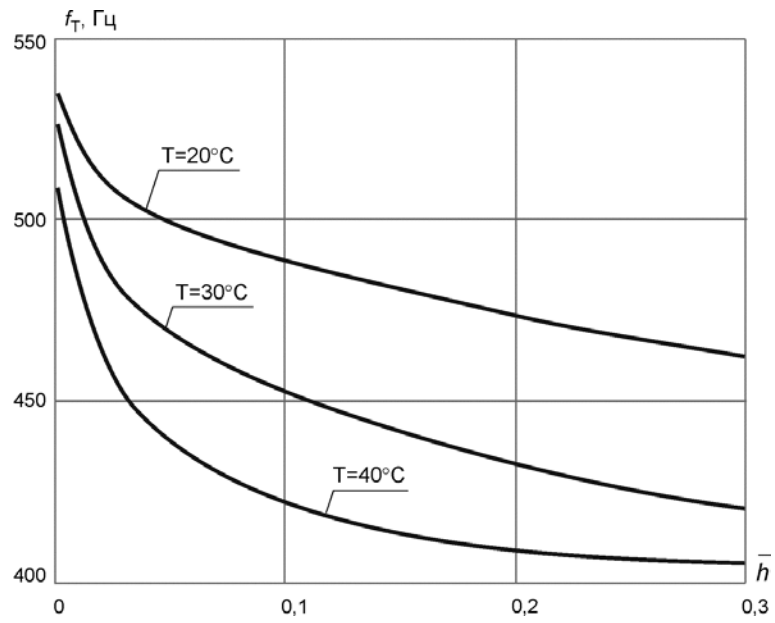
Вначале исследуем влияние равномерного изменения относительной толщины среднего слоя мягкого вязкоупругого полимера ВПС – 2,5 трехслойной кольцевой мембраны $\bar{h} = h_2 / (h_1 + h_3)$ (рис. 3.2) на значения собственных частот и коэффициентов механических потерь рассматриваемой сборной композитной упругой муфты.

На рис. 4.17, рис. 4.18 для значений $T = 20^\circ\text{C}$, 30°C , 40°C приведены графики зависимостей первых собственных частот крутильных $f_{T1} = f_{T1}(\bar{h})$ и осевых $f_{L1} = f_{L1}(\bar{h})$ мод колебаний сборной упругой муфты, а также соответствующих этим модам коэффициентов механических потерь $\eta_{T1} = \eta_{T1}(\bar{h})$, $\eta_{L1} = \eta_{L1}(\bar{h})$ от относительной толщины среднего слоя мягкого вязкоупругого полимера \bar{h} .

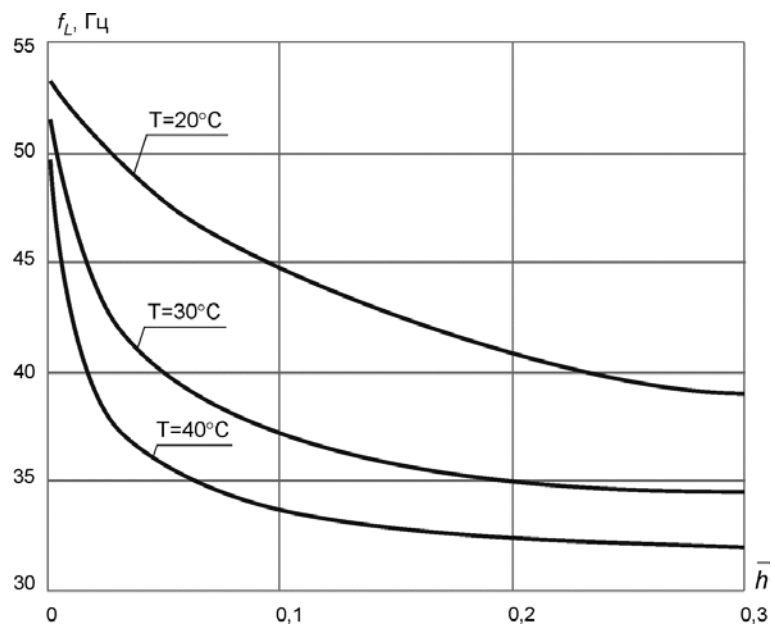
Совместное рассмотрение зависимостей $f_{T1} = f_{T1}(\bar{h})$, $f_{L1} = f_{L1}(\bar{h})$, $\eta_{T1} = \eta_{T1}(\bar{h})$, $\eta_{L1} = \eta_{L1}(\bar{h})$ приводит к следующим выводам, справедливым для всего рассматриваемого температурно-частотного диапазона:

– повышение температуры среды эксплуатации T влечет за собой понижение собственных частот первой крутильной и первой осевой мод колебаний и, следовательно, понижение соответствующих динамических жесткостей;

– повышение относительной толщины слоя мягкого вязкоупругого полимера при фиксированной величине температуры среды эксплуатации T сопровождается понижением собственных частот первой крутильной и первой осевой мод колебаний и, следовательно, понижением соответствующих динамических жесткостей;

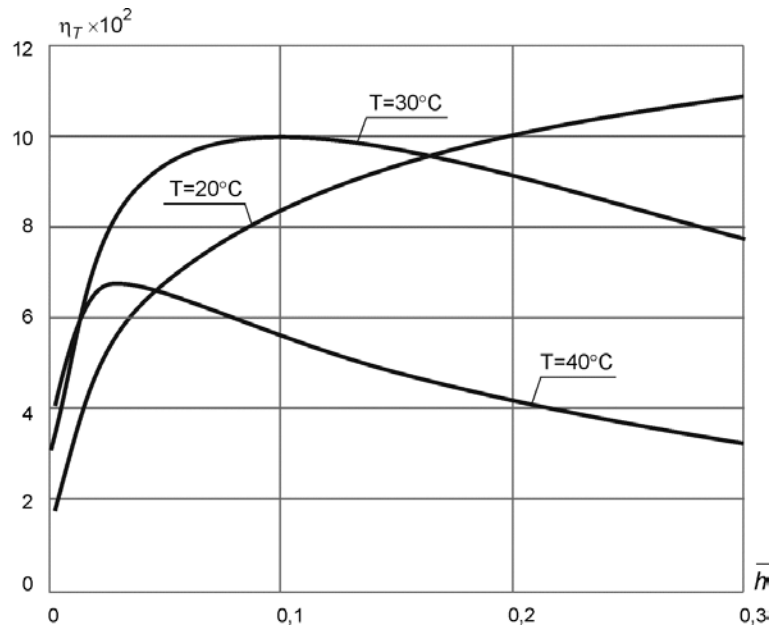


а)

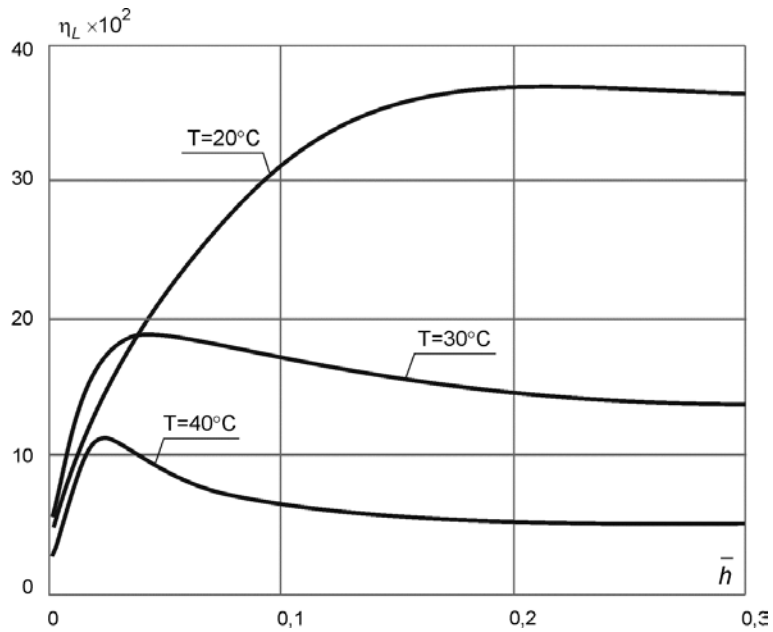


б)

Рис. 4.17. Зависимости первых собственных частот а) крутильных и б) осевых колебаний сборной упругой муфты от относительной толщины слоя мягкого вязкоупругого полимера



а)



б)

Рис. 4.18. Зависимости коэффициентов механических потерь первых мод а) крутильных и б) осевых колебаний сборной упругой муфты от относительной толщины слоя мягкого вязкоупругого полимера

– при фиксированной величине температуры среды эксплуатации T высокая скорость убывания функций $f_{T1} = f_{T1}(\bar{h})$ и $f_{L1} = f_{L1}(\bar{h})$ на отрезке изменения аргумента $\bar{h} \in [0,0; 0,10]$ снижается на отрезке $\bar{h} \in [0,10; 0,20]$ и при $\bar{h} > 0,20$ монотонно стремится к асимптотическому значению;

– при $T = 20^{\circ}\text{C}$ повышение относительной толщины слоя мягкого вязкоупругого полимера на отрезке изменения аргумента $\bar{h} \in [0,0; 0,10]$, сопровождается быстрым ростом величин $\eta_{T1} = \eta_{T1}(\bar{h})$ и $\eta_{L1} = \eta_{L1}(\bar{h})$; при увеличении температуры среды эксплуатации T диапазон изменения эффективной относительной толщины слоя мягкого вязкоупругого полимера сокращается и при $T = 30^{\circ}\text{C}$ $\bar{h} \in [0,0; 0,05]$, а при $T = 40^{\circ}\text{C}$ $\bar{h} \in [0,0; 0,02]$.

Одной из особенностей сборных композитных упругих муфт является возможность появления в процессе изготовления неравномерности распределения толщины слоя мягкого вязкоупругого полимера по поверхности трехслойной кольцевой мембраны, порождаемой некомпланарностью несущего и прикрывающего жестких слоев. В качестве меры этой некомпланарности используется угол взаимного отклонения плоскостей жестких слоев трехслойной кольцевой мембраны γ (рис. 4.19).

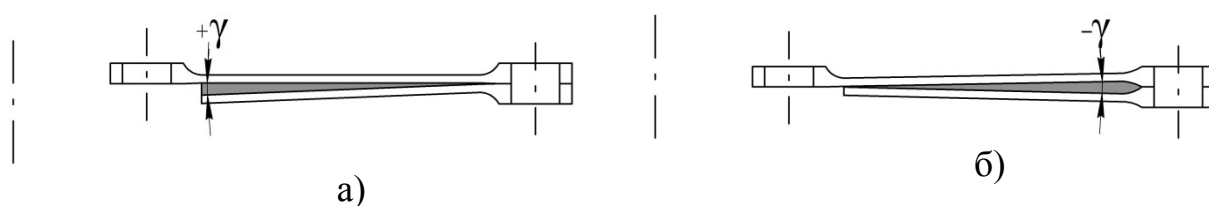


Рис. 4.19. Неравномерность распределения толщины слоя мягкого вязкоупругого полимера по поверхности трехслойной кольцевой мембраны

Рассматриваются две возможные комбинации углов отклонения $\gamma_{(1)}$, $\gamma_{(2)}$ двух образующих муфту трехслойных кольцевых мембран (нижний индекс в круглых скобках обозначает номер мембраны). Первая комбинация соответствует симметрии углов γ обеих мембран относительно оси

конструкции $\gamma_{(1)} = \gamma_{(2)}$, а вторая – асимметрии углов γ обеих мембран относительно оси конструкции $\gamma_{(1)} = -\gamma_{(2)}$ (рис. 4.20).

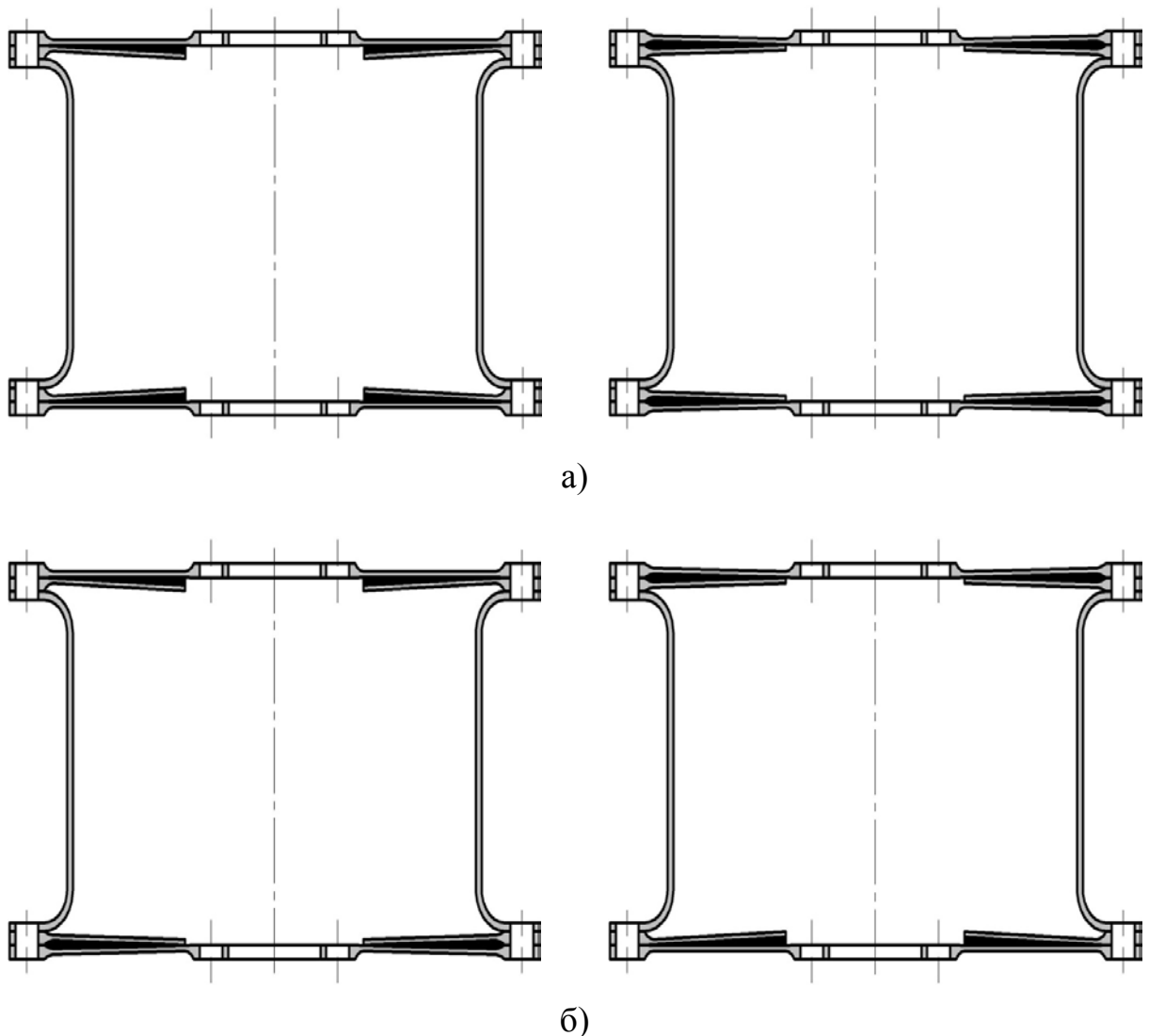


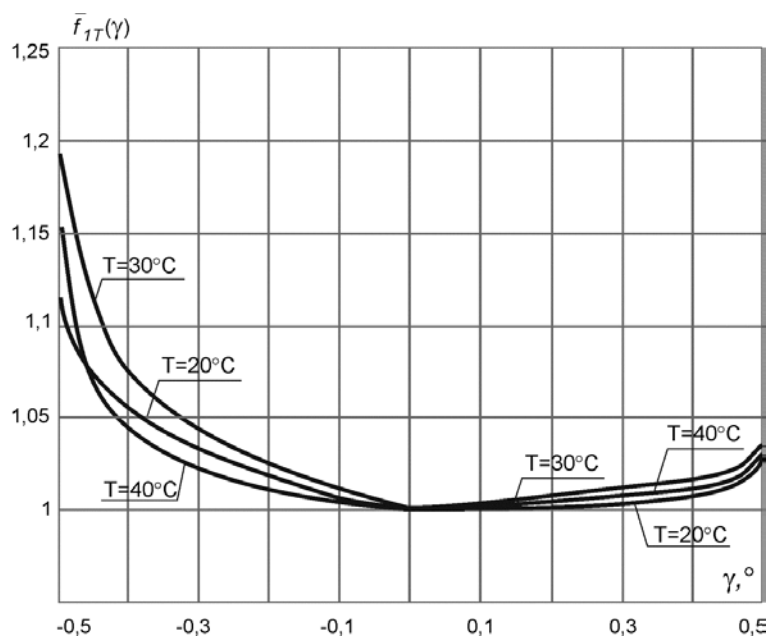
Рис. 4.20. Возможные комбинации углов отклонения $\gamma_{(1)}$, $\gamma_{(2)}$ двух образующих муфту трехслойных кольцевых мембран:
 а) симметрия углов γ обеих мембран сборной упругой муфты относительно центра масс конструкции («симметричные» упругие муфты);
 б) Асимметрия углов γ обеих мембран сборной упругой муфты относительно центра масс конструкции («асимметричные» упругие муфты)

Исследование влияния угла отклонения γ на величины первых собственных частот крутильных и осевых мод колебаний сборной композитной упругой муфты ($h_1 = h_3 = 2,5 \text{ мм}$, $h_2 = 0,5 \text{ мм}$, $\bar{h} = 0,1$) проводилось путем варьирования величины угла отклонения в диапазоне

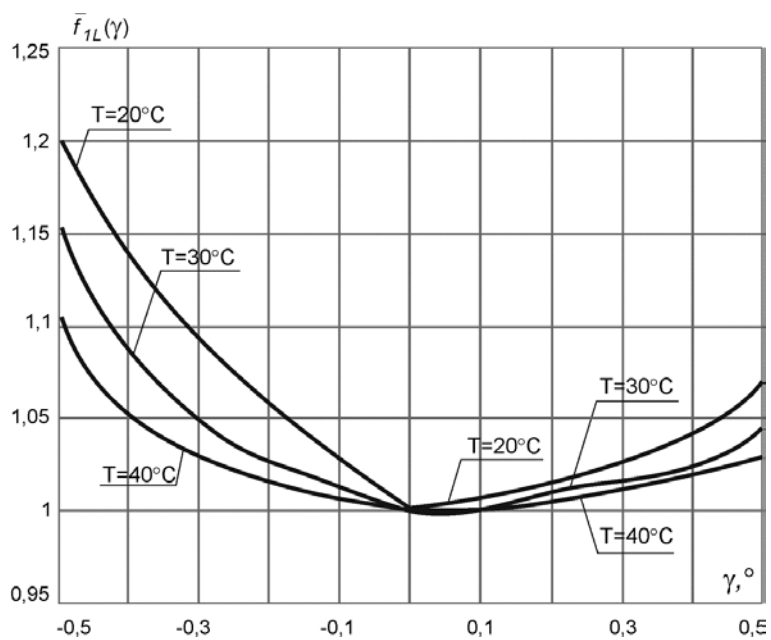
$\gamma \in [-0,5^0; +0,5^0]$. Полученные результаты для сборной «симметричной» упругой муфты представлены на рис. 4.21, рис. 4.22, а для сборной «асимметричной» упругой муфты – на рис. 4.23, рис. 4.24. На этих рисунках приведены графики зависимостей первых собственных нормированных частот крутильной $\bar{f}_{T1} = f_{T1}(\gamma)/f_{T1}(0^0)$ и осевой $\bar{f}_{L1} = f_{L1}(\gamma)/f_{L1}(0^0)$ мод колебаний, а также графики зависимостей соответствующих нормированных коэффициентов механических потерь $\bar{\eta}_{T1} = \eta_{T1}(\gamma)/\eta_{T1}(0^0)$, $\bar{\eta}_{L1} = \eta_{L1}(\gamma)/\eta_{L1}(0^0)$ от угла отклонения γ для фиксированных значений $T = 20^\circ\text{C}$, 30°C , 40°C . Здесь $f_{T1}(\gamma)$, $f_{L1}(\gamma)$, $\eta_{T1}(\gamma)$, $\eta_{L1}(\gamma)$ – значения первых крутильной и осевой собственных частот и соответствующих этим частотам коэффициентов механических потерь при $\gamma \neq 0^0$; $f_{T1}(0^0)$, $f_{L1}(0^0)$, $\eta_{T1}(0^0)$, $\eta_{L1}(0^0)$ – значения первых крутильной и осевой собственных частот и соответствующих этим частотам коэффициентов механических потерь при $\gamma = 0^0$ и $h_2 = 0,5 \text{ мм}$.

Анализ приведенных на рис. 4.21 – рис. 4.24 зависимостей $\bar{f}_{T1} = \bar{f}_{T1}(\gamma)$, $\bar{f}_{L1} = \bar{f}_{L1}(\gamma)$, $\bar{\eta}_{T1} = \bar{\eta}_{T1}(\gamma)$, $\bar{\eta}_{L1} = \bar{\eta}_{L1}(\gamma)$ позволяет сформулировать следующие выводы:

– симметрия углов отклонения обеих образующих муфту трехслойных кольцевых мембран сопровождается приращением значений собственных частот крутильных (до 20%) и осевых (до 12%) колебаний сборной упругой муфты и соответствующих этим частотам коэффициентов механических потерь (до 100% и 50% соответственно) по мере увеличения модуля угла $\gamma \in [-0,5^0; 0^0]$; при $\gamma \in [0^0; +0,5^0]$ нарастание модуля угла отклонения обеих образующих муфту трехслойных кольцевых мембран не влечет за собой сколько-нибудь существенных изменений рассматриваемых параметров динамического отклика. Полученный результат обусловлен возрастанием вклада слоя мягкого вязкоупругого полимера на величины собственных частот и рассеиваемой части потенциальной энергии деформации по мере увеличения расстояния от оси конструкции;

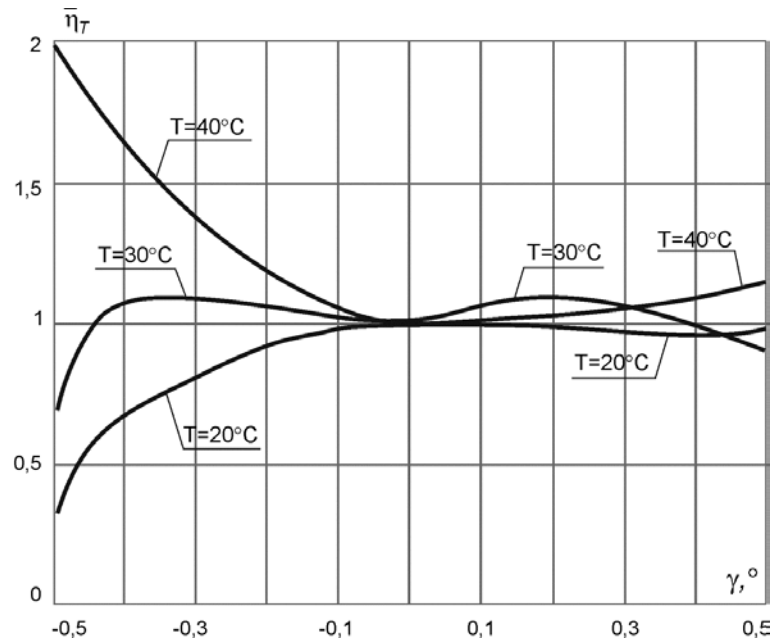


а)

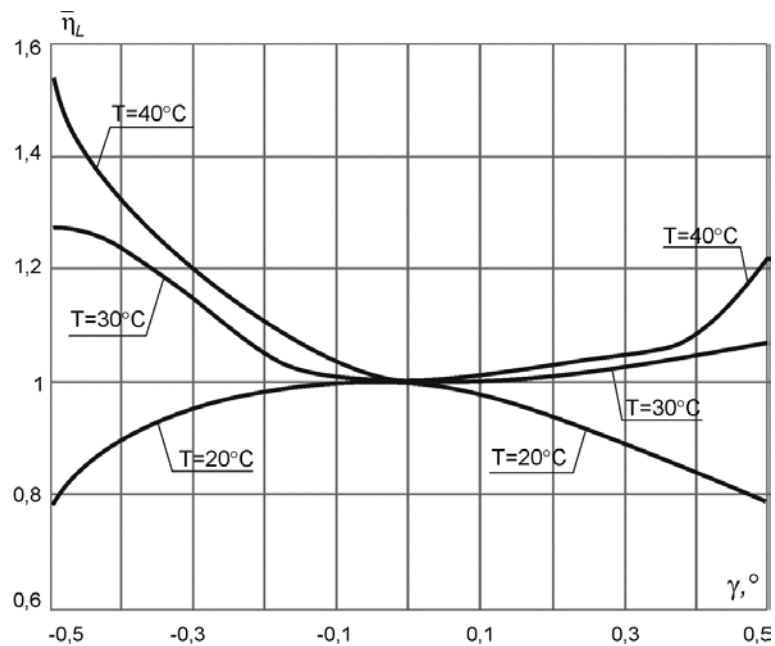


б)

Рис. 4.21. Зависимости первых собственных нормированных частот а) крутильных и б) осевых колебаний сборной «симметричной» упругой муфты от взаимного угла отклонения плоскостей жестких слоев трехслойной кольцевой мембраны

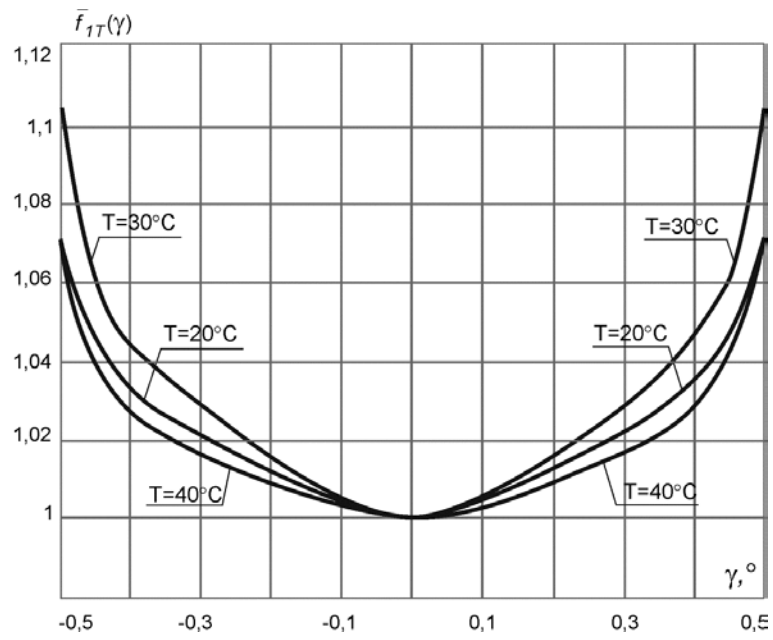


а)

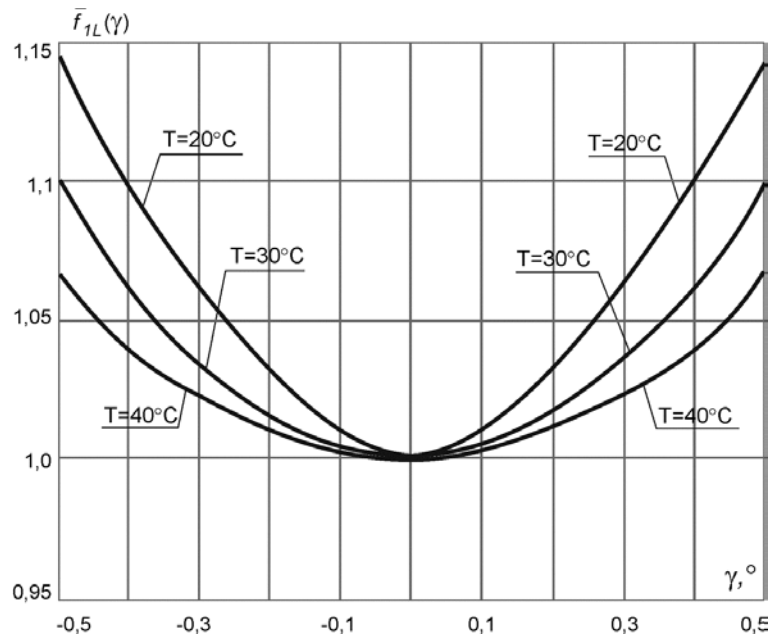


б)

Рис. 4.22. Зависимости нормированных коэффициентов механических потерь первых мод а) крутильных и б) осевых колебаний сборной «симметричной» упругой муфты от взаимного угла отклонения плоскостей жестких слоев трехслойной кольцевой мембраны

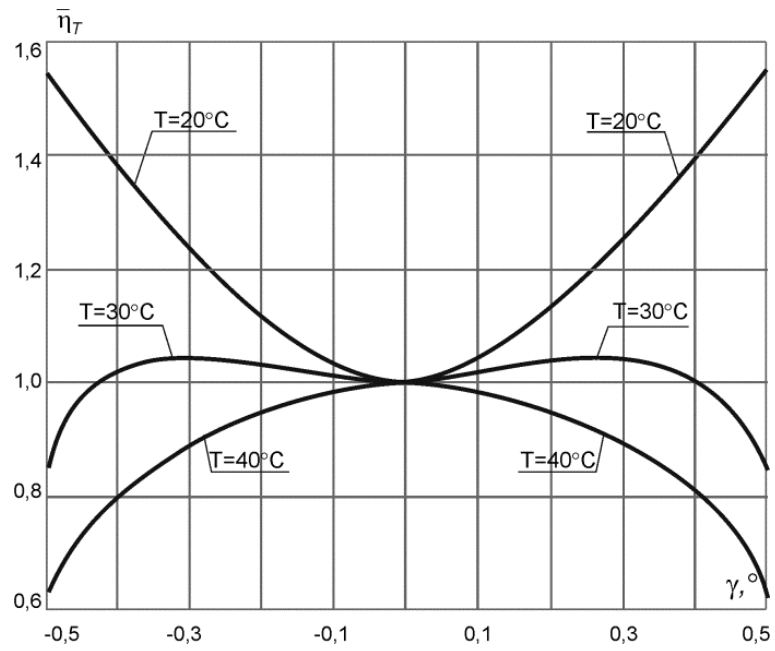


а)

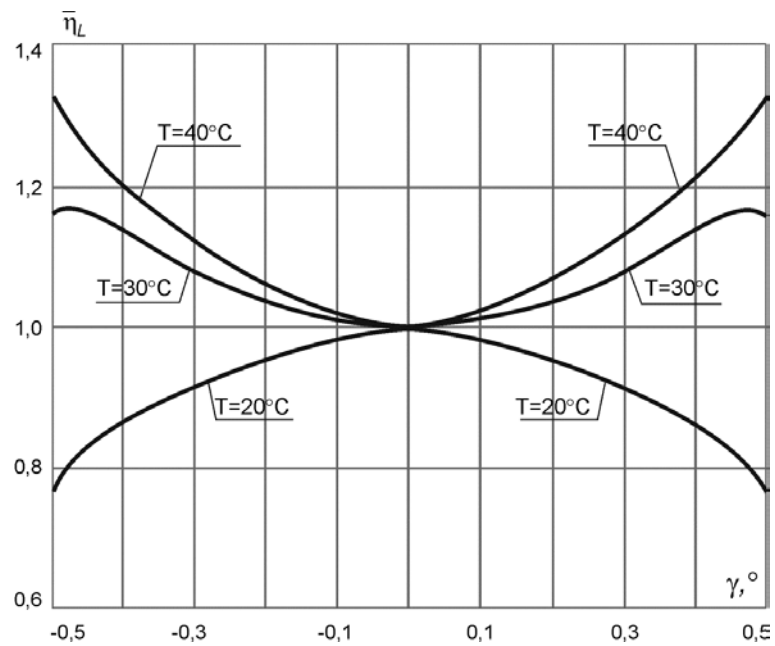


б)

Рис. 4.23. Зависимости первых собственных нормированных частот
 а) крутильных и б) осевых колебаний сборной «асимметричной» упругой муфты от взаимного угла отклонения плоскостей жестких слоев трехслойной кольцевой мембраны



а)



б)

Рис. 4.24. Зависимости нормированных коэффициентов механических потерь первых мод а) крутильных и б) осевых колебаний сборной «асимметричной» упругой муфты от взаимного угла отклонения плоскостей жестких слоев трехслойной кольцевой мембраны

– асимметрия углов отклонения обеих образующих муфту трехслойных кольцевых мембран сопровождается приращениями значений собственных частот крутильных (до 11%) и осевых (до 15%) колебаний сборной упругой муфты и соответствующих этим частотам коэффициентов механических потерь (до 50% и 30% соответственно) по мере увеличения модуля угла $\gamma \in [-0,5^0; +0,5^0]$. Следствием этого является симметрия графиков зависимостей $\bar{f}_{T1} = \bar{f}_{T1}(\gamma)$, $\bar{f}_{L1} = \bar{f}_{L1}(\gamma)$, $\bar{\eta}_{T1} = \bar{\eta}_{T1}(\gamma)$, $\bar{\eta}_{L1} = \bar{\eta}_{L1}(\gamma)$ относительно начала координат. Полученный результат обусловлен взаимной компенсацией вкладов слоев мягкого вязкоупругого полимера в величины собственных частот и рассеиваемой части потенциальной энергии деформации двух вовлекаемых в работу мембран;

– изменение температуры среды эксплуатации T влечет за собой изменение величин собственных частот первой крутильной и первой осевой мод колебаний и, следовательно, изменение соответствующих диссипативных характеристик.

4.5. Выводы по главе 4

1. Разработан приближенный метод определения коэффициентов механических потерь ортотропных композитных конструкций с малыми уровнями демпфирования ($\eta_{\max} = 0,03$), позволяющий использовать возможности существующих коммерческих программных комплексов без какой-либо их доработки. Достоверность предложенного приближенного метода подтверждена путем сопоставления вычисленных на его основе значений собственных частот и коэффициентов механических потерь с аналогичными опубликованными в научной литературе экспериментальными и расчетными величинами.

2. Разработан приближенный комбинированный метод определения коэффициентов механических потерь композитных структур, образованных несущими слоями из конструкционных композитов и слоями вязкоупругих

полимеров, состоящий в поэтапном определении коэффициентов механических потерь составляющих элементов и системы в целом. На первом этапе в соответствии с приближенным методом определения коэффициентов механических потерь ортотропных композитных конструкций с малыми уровнями демпфирования вычисляются диссипативные характеристики различных форм колебаний несущих слоев. На втором этапе, используя полученные на первом этапе результаты в качестве осредненных упруго-диссипативных свойств материалов несущих слоев и экспериментально определенные температурно-частотные зависимости комплексных модулей вязкоупругих материалов, средствами коммерческих программных комплексов находятся амплитудно-частотные характеристики установившихся вынужденных колебаний, позволяющие вычислить диссипативные характеристики слоистой структуры в целом. Достоверность предложенного приближенного двухэтапного комбинированного метода подтверждена путем сопоставления вычисленных на его основе значений собственных частот и коэффициентов механических потерь с аналогичными собственными экспериментальными данными и с опубликованными в научной литературе экспериментальными и расчетными величинами.

3. Отмечено, что для корректного моделирования динамики вращающихся композитных упругих муфт необходим учет гироскопических моментов и неконсервативных позиционных сил в уравнениях движения механической системы.

4. Показано, что использование диаграмма Кэмпбелла не позволяет оценить влияние демпфирования на величины резонансных амплитуд перемещений, деформаций и напряжений, возникающих в элементах вращающейся композитной упругой муфты. Для конструкций вращающихся упругих муфт с высоким уровнем демпфирования более информативны оценки, основанные на анализе вынужденных колебаний.

5. Исследовано влияние температуры среды эксплуатации и технологических погрешностей изготовления на значения собственных частот и коэффициентов механических потерь сборной композитной упругой муфты. Полученные результаты позволили установить диапазоны изменения значений собственных частот и соответствующих им коэффициентов механических потерь, вызванных влиянием эксплуатационных и технологических факторов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты диссертационной работы:

1. Выполнен анализ существующих математических моделей упругих, диссипативных, прочностных характеристик слоев композита и слоистых композитных структур при различных условиях нагружения.

2. Разработана математическая модель прогнозирования эффективных прочностных характеристик симметричных слоистых композитных структур при изгибе/кручении.

3. Проведен сравнительный анализ значений эффективных упругих, диссипативных и прочностных характеристик симметричных слоистых композитов, найденных для условий одноосного растяжения/сжатия и сдвига в плоскости армирования и для условий изгиба/кручения. Получены количественные оценки влияния числа повторяющихся пакетов слоев на расхождения величин рассматриваемых эффективных характеристик, вычисленных при различных условиях нагружения. Показано, что:

- уравновешенный слоистый композит при числе повторяющихся пакетов слоев $n \geq 2$ можно приближенно считать ортотропным однородным материалом и прогнозировать его эффективные упругие, диссипативные и прочностные характеристики в условиях нагружения изгибом/кручением, используя значения аналогичных характеристик, полученных при испытаниях образцов на одноосное растяжение/сжатие и изгиб в плоскости армирования.

- симметричный квазиизотропный в плоскости армирования слоистый композит, при одноосном растяжении/сжатии классифицируется как ортотропная структура. При изгибе/кручении этот композит необходимо признать моноклинной структурой. Показано, что при $n \geq 4$ с достаточной для инженерных расчетов точностью моделирование композитных конструкций может выполняться на основе использования эффективных

упругих, диссипативных и прочностных характеристик определенных при растяжении, сжатии и сдвиге в плоскости армирования.

4. Разработан двухэтапный метод численного моделирования статических жесткостных характеристик композитных упругих муфт с учетом влияния структуры армирования и геометрической нелинейности. Оценка достоверности разработанного метода, выполненная путем сопоставления соответствующих расчетных и экспериментальных значений опытных конструкций, продемонстрировала их хорошее согласование.

5. Выполнены численные исследования влияния комбинированного нагружения на прочность композитной упругой муфты, позволившие оценить влияние уровней осевых и радиальных усилий, а также изгибающего момента на величину предельного крутящего момента.

6. Разработан приближенный метод численного моделирования диссипативных характеристик ортотропных композитных конструкций с малыми уровнями демпфирования ($\eta_{\max} = 0,03$), позволяющий использовать возможности существующих коммерческих программных комплексов без какой-либо их доработки. Достоверность метода подтверждена путем сопоставления вычисленных на его основе значений собственных частот и коэффициентов механических потерь с аналогичными опубликованными в научной литературе экспериментальными и расчетными величинами.

7. Разработан приближенный двухэтапный комбинированный метод определения диссипативных характеристик композитных структур, образованных несущими слоями из конструкционных композитов и слоями вязкоупругих полимеров, состоящий в поэтапном определении коэффициентов механических потерь составляющих элементов и системы в целом. Достоверность метода подтверждена путем сопоставления расчетных и экспериментальных значений собственных частот и коэффициентов механических потерь.

8. Разработан метод численного моделирования нестационарных колебаний композитной упругой муфты. Показано, что наиболее информативное

моделирование параметров динамического отклика вращающейся композитной упругой муфты с высокими диссипативными характеристиками возможно только путем учета гироскопических моментов и неконсервативных позиционных сил в уравнениях движения механической системы.

9. Исследовано влияние температуры среды эксплуатации, относительной толщины слоя вязкоупругого полимера и технологических погрешностей на диссипативно-жесткостные характеристики сборной композитной упругой муфты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Weible W. W. Universal joint. US 4116018. United States Patent. Appl. No. 723770. Filed: 16.09.1976. Date of patent: 26.09.1978. 11 p.
2. McGuire D. P. Composite coupling having hubs connectable to drive and driven members. US 4968286. United States Patent. Appl. No. 163667. Filed: 03.03.1988. Date of patent: 06.11.1990. 7 p.
3. Jones P. J., Valentine P. L., Lawrie D. J. Flexible composite coupling. US 5551918. United States Patent. Appl. No. 1843671. Filed: 28.02.1992. Date of patent: 03.09.1996. 9 p.
4. Lawrie D. J. High torque density flexible composite driveshaft. US 2012/0283029 A1. United States Patent. Appl. No. 13/493719. Filed: 11.06.2012. Pub. Date: 08.11.2012. 28 p.
5. Marlin F. M. P., Verseux P. Composite coupling with a machining portion. US 8424921 B2. United States Patent. Appl. No. 12/333467. Filed: 12.12.2008. Date of patent: 23.04.2013. 8 p.
6. Ghoneim H., Lawrie D. J. Dynamic analysis of a hyperbolic composite coupling // Journal of Sound and Vibration. 2007. Vol. 301. P. 43–58.
7. Ghoneim H. Dynamic analysis of a spinning composite “deep” hyperbolic coupling // International Journal of Solids and Structures. 2008. Vol. 45. P. 4484–4497.
8. Ghoneim H., Sakif Noor. Pumping potential of a hyperbolic shell-of-revolution flexible-matrix-composite structure // Composite Structures. 2013. Vol. 95. P. 10–15.
9. Pfeifer P. Kupplungsglied aus faserverstärktem Kunststoff. EP 0534925 A2. Europäische Patentanmeldung. Anmeldenummer: 92890188.3. Anmeldetag: 01.09.1992. Veröffentlichungstag der Anmeldung: 31.03.1993.

10. Pfeifer P. Kupplungsglied aus faserverstärktem Kunststoff. EP 0534927 B1. Europäische Patentschrift. Anmeldenummer: 92890190.9
Anmeldetag: 01.09.1992. Veröffentlichungstag der Patentschrift: 06.12.1995.
11. Pfeifer P. Torque-transmitting coupling member. US 5314382. United States Patent. Appl. No. 937963. Filed: 28.08.1992. Date of patent: 24.05.1994.
12. Deeg T, Pfeifer P., Lutz G. Dry coupling. US 5890965. United States Patent. Appl. No. 676127. Filed: 13.11.1995. Date of patent: 06.04.1999. 4 p.
13. Geislinger M. Elastic torque-transmitting coupling. US 6095924. United States Patent. Appl. No. 09/012,617. Filed: 23.01.1998. Date of patent: 01.08.2000. 4 p.
14. Geislinger M. Kupplungskombination aus einer Ausgleichkupplung und einer drehelastischen Kupplung EP 0953782 B1. Europäische Patentschrift. Anmeldenummer: 99890099.7 Anmeldetag: 24.03.1999. Veröffentlichungstag und Bekanntmachung des Hinweises auf die Patenterteilung: 27.10.2004. 8 p.
15. Geislinger M. Ausgleichkupplung. EP 1526299 A1. Europäische Patentanmeldung. Anmeldenummer: 04450186.4. Anmeldetag: 06.10.2004. Veröffentlichungstag: 27.04.2005. 6 p.
16. Geislinger C., Geislinger M. Membrane compensating coupling and hole anchor connection. US 7677980 B2. United States Patent. Appl. No. 11/774612. Filed: 09.07.2007. Date of patent: 16.03.2010. 9 p.
17. Каталог фирмы «GEISLINGER & Co»: «Couplings and Dampers». 2018.
18. Тисленко И. Н., Федонюк Н. Н., Ярцев Б. А. Влияние формы мембран на устойчивость при кручении упругой муфты из полимерных композиционных материалов // Прочность и конструкция надводных судов из полимерных композиционных материалов. Сборник трудов ФГУП «ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова» № 27(311). 2006. С. 126-135.
19. Бройдо М. Д., Воронович Н. А., Ленденский А. М., Иванов И. Н., Ложкин Б. Н., Паюсов В. И., Рословец С. А., Федонюк Н. Н., Шляхтенко А. В. Упругая торсионная муфта. Патент RU 2268414 С2.

Российская Федерация № 2004103548/11: заявлено 03.02.2004; опубликовано 20.01.2006. Бюл. № 02. 3 с.

20. Звиздун А. М., Лысенко А. П., Ярцев Б. А. Композитная виброизолирующая соединительная муфта. Патент RU 2530915 С2. Российская Федерация № 2012135806/11: заявлено 21.08.2012; опубликовано 20.10.2014. Бюл. № 29. 4 с.

21. Звиздун А. М., Лысенко А. П., Ярцев Б. А. Сборная композитная виброизолирующая соединительная муфта. Патент RU 2530929 С2. Российская Федерация № 2012135805/11: заявлено 21.08.2012; опубликовано 20.10.2014. Бюл. № 29. 6 с.

22. Geislinger M., Geislinger C., Brandstätter A. Coupling. Patent No US 9,651,095 B2 United States Patent. Date of Patent: May 16, 2017.

23. Geislinger M., Geislinger C., Kurtze L. Device for absorbing structure-borne sound. Patent No US 9,758,962 B2 United States Patent. Date of Patent: Sep. 12, 2017.

24. Geislinger M., Kurtze L. Device for absorbing structure-borne sound. European Patent EP 3 002 475 B1. Date of publication and mention of the grant of the patent: 06.03.2019 Bulletin 2019/10. Application number: 14186989.1

25. Лысенко А. П., Ярцев Б. А. Упругие вибропоглощающие соединительные муфты из полимерных композиционных материалов. 1. Конструкции, нагрузки, материалы // Труды Крыловского государственного научного центра. 2013. Вып. 75 (359) С 51-60.

26. Лысенко А. П., Ярцев Б. А. Упругие вибропоглощающие соединительные муфты из полимерных композиционных материалов. 2. Алгоритмы расчета упруго-диссипативных характеристик и прочности // Труды Крыловского государственного научного центра. 2013. Вып. 76 (360). С 71-78.

27. Лысенко А. П., Ярцев Б. А. Упругие вибропоглощающие соединительные муфты из полимерных композиционных материалов. 3. Верификация алгоритмов расчета диссипативно-жесткостных характеристик и

- прочности // Труды Крыловского государственного научного центра. 2014. Вып. 83 (367). С 81-88.
28. Лысенко А. П. Упругие виброизолирующие соединительные муфты из полимерных композиционных материалов // Машиностроение и инженерное образование. 2015. № 2. С. 2-8.
29. Лысенко А. П. Сборная композитная упругая муфта с повышенным вибропоглощением // Труды Крыловского государственного научного центра. 2017. Вып. 1 (379). С 56-63.
30. Лысенко А. П., Ярцев Б. А. Композитные упругие муфты // Труды Крыловского государственного научного центра. 2018. Вып. 1 (383). С. 13-28.
31. Тисленко И. Н., Федонюк Н. Н., Ярцев Б. А. Расчетно-экспериментальное исследование виброакустических характеристик упругой соединительной муфты из полимерных композиционных материалов // Корабельные средства акустической и радиолокационной защиты. Сборник трудов ФГУП «ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова» № 30(314). 2006. С. 58-71.
32. Алфутов Н. А., Зиновьев П. А., Попов Б. Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1984, 264 с.
33. Васильев В. В. Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988, 272 с.
34. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. М.: Мир. 1982. 334 с.
35. Васильев В. В., Тарнопольский Ю. М. Композиционные материалы. Справочник. М.: Машиностроение. 1990. 512 с.
36. Jones R. M. Mechanics of composite materials. Second edition. Taylor & Francies. 1999. 519 p.
37. Gibson R. F. Principles of Composite Material Mechanics. Third Edition. CRC Press. Taylor & Francis Group. 2012. 653 p.

38. Полилов А. Н. Экспериментальная механика композитов. М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2015. 375 с.
39. Полилов А. Н. Этюды по механике композитов. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2016. 320 с.
40. Полилов А. Н., Татусь Н. А. Биомеханика прочности волокнистых композитов. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2018. 328 с.
41. Ярцев Б. А. Введение в механику моноклинных композитов. СПб.: ФГУП «Крыловский государственный научный центр». 2020. 224 с.
42. Лысенко А. П., Паршина Л. В., Ярцев Б. А. Эффективные механические характеристики слоистого композита при различных условиях нагружения // Труды Крыловского государственного научного центра. 2022. Вып. 1 (399). С. 75-88.
43. Ферри Дж. Вязкоупругие свойства полимеров. М.: Издательство иностранной литературы. 1963. 536 с.
44. Zhou X. Q., Yu D. Y., Shao X. Y., Zhang S. Q., Wang S. Research and applications of viscoelastic vibration damping materials: A review // Composite Structures. 2016. Vol. 136. P. 460-480.
45. Амбарцумян С. А. Общая теория анизотропных оболочек. М.: Наука. 1974. 448 с.
46. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных пластин. М.: Наука. 1987. 360 с.
47. Григолюк Э. И., Чулков П. П. Устойчивость и колебания трехслойных оболочек. М.: Машиностроение. 1973. 172 с.
48. Болотин В. В., Новичков Ю. Н. Механика многослойных конструкций. М.: Машиностроение. 1980. 375 с.
49. Палий О. М., Спиро В. Е. Анизотропные оболочки в судостроении. Л.: Судостроение. 1977. 392 с.

50. Хорошун Л. П., Козлов С. В., Иванов Ю. А., Кошевой И. К. Обобщенная теория неоднородных по толщине пластин и оболочек. Киев: Наукова думка. 1988. 152 с.
51. Баженов В. А., Сахаров А. С., Гондляр А. В., Мельников С. Л. Нелинейные задачи механики многослойных оболочек. Киев: Издательство НИИ строительной механики. 1994. 264 с.
52. Родионова В. А., Титаев Б. Ф., Черных К. Ф. Прикладная теория анизотропных пластин и оболочек. СПб.: Издательство СПбГУ. 1996. 280 с.
53. Reddy J. N. Mechanics of laminated composite plates and shells. Second edition. CRC Press. 2004. 832 p.
54. Hwu C. Anisotropic elastic plates. Springer. 2010. 674 p.
55. Lo K. H., Christensen R. M., Wu E. M. A high order theory of plate deformation. Part 1. Homogeneous plates // Journal of applied mechanics. 1977. Vol. 44. P. 663-668.
56. Lo K. H., Christensen R. M., Wu E. M. A high order theory of plate deformation. Part 2. Laminated plates // Journal of applied mechanics. 1977. Vol. 44. P. 669-676.
57. Векуа И. Н. Некоторые общие методы построения различных вариантов теории пологих оболочек. М.: Наука. 1982. 288 с.
58. Гольденвейзер А. Л. Теория упругих тонких оболочек. М.: Наука. 1976. 512 с.
59. Тимошенко С. П. К учету сдвига в дифференциальном уравнении поперечных колебаний призматических стержней // Тимошенко С. П. Статические и динамические проблемы теории упругости. Киев: Наукова думка. 1975. С. 56-57.
60. Reissner E. The effect of transverse-shear deformation on the bending of elastic plates // Journal of applied mechanics. 1945. Vol. 12. No 2. P. 69-77.

61. Муштари Х. М. Теория изгиба плит средней толщины // Известия АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1959. № 2. С. 107-113.
62. Григолюк Э. И., Коган Ф. А. Современное состояние теории многослойных оболочек // Прикладная механика. 1972. Т. 8. № 6. С. 3-17.
63. Дудченко А. А., Лурье С. А., Образцов И. Ф. Анизотропные многослойные пластины и оболочки // Итоги науки и техники. ВИНТИ. Серия: Механика деформируемого твердого тела. 1983. Т. 15. С. 3-68.
64. Альтенбах Х. Основные направления теории многослойных тонкостенных конструкций. Обзор // Механика композитных материалов. 1998. Т. 34. № 3. С. 333-348.
65. Капанья Р. К., Ратичи С. Последние достижения в исследованиях слоистых балок и пластин. Часть I: Влияние сдвигов и устойчивость // Аэрокосмическая техника. 1990. № 5. С. 43-57.
66. Капанья Р. К., Ратичи С. Последние достижения в исследованиях слоистых балок и пластин. Часть II: Колебания и распространение волн // Аэрокосмическая техника. 1990. № 5. С. 58-73.
67. Sayyad A. S., M. Ghugal Y. M. On the free vibration analysis of laminated composite and sandwich plates: A review of recent literature with some numerical results // Composite Structures. 2015. Vol. 129.
68. Голушко С. К., Немировский Ю. В. Прямые и обратные задачи механики упругих композитных пластин и оболочек вращения. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2008. 432 с.
69. Сухинин С. Н. Прикладные задачи устойчивости многослойных композитных оболочек. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2010. 248 с.
70. Каледин В. О., Аульченко С. М., Миткевич А. Б., Решетникова Е. В., Седова Е. А., Шпакова Ю. В. Моделирование статики и динамики оболочечных конструкций из композиционных материалов. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2014. 196 с.

71. Соломонов Ю. С., Георгиевский В. П., Недбай А. Я., Андриюшин В. А. Методы расчета цилиндрических оболочек из композиционных материалов. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2009. 408 с.
72. Соломонов Ю. С., Георгиевский В. П., Недбай А. Я., Андриюшин В. А. Прикладные задачи механики композитных цилиндрических оболочек. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2014. 264 с.
73. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука. 1977. 416 с.
74. Черных К. Ф. Введение в анизотропную упругость. М.: Наука. 1988. 192 с.
75. Rand O., Rovenski V. Analytical methods in anisotropic elasticity with symbolic computational tools. Boston, Basel, Berlin: Birkhauser. 2005. 451 p.
76. Кузьмин М. А., Лебедев Д. Л., Попов Б. Г. Расчеты на прочность многослойных композитных конструкций. Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2012. 341 с.
77. Овчинский А. С. Процессы разрушения композитных материалов: имитация микро- и макромеханизмов на ЭВМ. М.: Наука. 1988. 278 с.
78. Stellbrink K. K. U. Micromechanics of Composites. Hanser Publishers. 1996. 118 p.
79. Розен Б., Кулкарни С., Мак-Лафлин П. Механизмы усталости и потери несущей способности в слоистых композитах // Неупругие свойства композиционных материалов. М.: Мир. 1978. С. 33-103.
80. Левин В. А. Нелинейная вычислительная механика прочности. Том I. Модели и методы. Образование и развитие дефектов. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2015. 456 с.
81. Нарисава И. Прочность полимерных материалов. М.: Химия. 1987. 400 с.
82. Зуев Л. Б., Данилов В. И. Физические основы прочности материалов. Долгопрудный: Издательский дом ИНТЕЛЛЕКТ. 2013. 376 с.

83. Бобрышев А. Н., Ерофеев В. Т., Козомазов В. Н. Полимерные композиционные материалы. М.: Издательство АСВ. 2013. 480 с.
84. Пэйгано Н. Межслойные эффекты в композитных материалах. М.: Мир. 1993. 346 с.
85. Работнов Ю. Н. Введение в механику разрушения. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ». 2009. 80 с.
86. Рейфенайдер К. Повреждение конструкций из композитов в процессе эксплуатации // Прикладная механика композитов. М.: Мир. 1989. С. 108-142.
87. Ашкенази Е. К., Ганов Э. В. Анизотропия конструкционных материалов. Справочник. Л.: Машиностроение. 1972. 216 с.
88. Tsai S. W., Wu E. M. A General Theory of Strength for Anisotropic Materials // Journal of Composite Materials. 1971. Vol. 5. No 1. P. 58-80.
89. Малмейстер А. К., Тамуж В. П., Тетерс Г. А. Соппротивление полимерных и композитных материалов. Рига: Зинатне. 1980. 572 с.
90. Гольденблат И. И., Копнов В. А. Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов. М.: Машиностроение. 1968. 192 с.
91. Bert C. W. Composite Materials: a Survey of Damping Capacity of Fiber Reinforced Composites // Damping Applications for Vibration Control. ASME AMD-38. 1980. P. 53-63.
92. Gibson R. F. Dynamic Mechanical Properties of Advanced Composite Materials and Structures: A Review // Shock & Vibration Digest. 1987. Vol. 19. No 7. P. 13-22.
93. Зиновьев П. А. Ермаков Ю. Н. Характеристики рассеяния энергии при колебаниях в элементах конструкций из волокнистых композитов (обзор). М.: ЦНИИ научно-техн. Информации. 1989. 76 с.
94. Benčekchou B., Coni M., Howarth H., White R. Some aspects of vibration damping improvement in composite materials // Composites. Part B: Engineering. 1998. 29B. 809-817.

95. Chandra R., Singh S. P., Gupta K. Damping studies in fiber-reinforced composites – a review // *Composite Structures*. 1999. Vol. 46. P. 41-51.
96. Finegan I. C., Gibson R. F. Recent research on enhancement of damping in polymer composites // *Composite Structures*. 1999. Vol. 44 (2-3). P. 89-98.
97. Treviso A., Van Genechten B., Mundo D., Tournour M. Damping in composite materials: Properties and models // *Composites: Part B*. 2015. Vol. 78. P. 144-152.
98. Рябов В. М., Ярцев Б. А. Собственные затухающие колебания композитных конструкций // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика, механика, астрономия*. 2012. Вып. 4. С. 32-38.
99. Kerwin E. Damping of flexural waves by a constrained viscoelastic layer // *Journal of Acoustical Society of America*. 1959. Vol. 3(7). P. 952-962.
100. Ungar E. Loss factors of viscoelastically damped beam structures // *Journal of Acoustical Society of America*. 1962. Vol. 34(8). P. 1082-1089.
101. Чернышев В. М. Демпфирование колебаний механических систем покрытиями из полимерных материалов. М.: Наука. 2004. 288 с.
102. Rao M. D., He S. Dynamic analysis and design of laminated composite beams with multiple damping layers // *AIAA Journal*. 1993. Vol. 31. No 4. P. 736-745.
103. Рябов В. М., Ярцев Б. А., Паршина Л. В. Связанные колебания вязкоупругих трехслойных композитных пластин. 1. Постановка задачи // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия*. 2020. Т. 7 (65). Вып. 3. С. 469-480.
104. Рябов В. М., Ярцев Б. А., Паршина Л. В. Связанные колебания вязкоупругих трехслойных композитных пластин. 2. Численный эксперимент // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия*. 2021. Т. 8 (66). Вып. 1. С. 88-100.
105. Hao M. Vibration damping. Analysis of a sandwich beam containing a viscoelastic constraining layer // *Journal of Composite Materials*. 2005. Vol. 39(18). P. 1621-1643.

106. Berthelot J-M. Damping analysis of orthotropic composites with interleaved viscoelastic layers: modeling // *Journal of Composite Materials*. 2006. Vol. 40(21). P. 1889-1909.
107. Berthelot J.-M. Dynamics of composite materials and structures. Les Clousures. At the Bottom of Ecrins 4102 m. Vallouise. France. 334 p.
108. Meaud J., Sain T., Hulbert G., Waas A. Analysis and optimal design of layered composites with high stiffness and high damping // *International Journal of Solids and Structures*. 2013. Vol. 50(9). P. 1342-1353.
109. Дмитриева А. М., Лысенко А. П., Ярцев Б. А. Простейший подход к определению диссипативных характеристик ортотропных композитных тонкостенных стержней замкнутого профиля // *Труды Центрального научно-исследовательского института имени академика А. Н. Крылова*. 2012. Вып. 66 (350) С. 13-32.
110. Shaposhnikov V. M., Yartsev B. A. Restructuring vibration absorption // *Naval Architect*. May 2016. P. 77 – 79.
111. Паршина Л. В., Рябов В. М., Ярцев Б. А. Рассеяние энергии при колебаниях неоднородных композитных структур. 1. Постановка задачи // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия*. 2018. Т. 5 (63). Вып. 2. С. 300-309.
112. Паршина Л. В., Рябов В. М., Ярцев Б. А. Рассеяние энергии при колебаниях неоднородных композитных структур. 2. Метод решения // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия*. 2018. Т. 5 (63). Вып. 4. С. 678-688.
113. Паршина Л. В., Рябов В. М., Ярцев Б. А. Рассеяние энергии при колебаниях неоднородных композитных структур. 3. Численный эксперимент // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия*. 2019. Т. 6 (64). Вып. 1. С. 144-156.
114. Zinoviev P. A., Ermakov Y. N. Energy Dissipation in Composite Materials. Lancaster (USA), Technomic Publishing Co. 1994. 246 p.

115. Hwang S. J., Gibson R. F. The Use of Strain Energy Based on Finite Element Techniques in the Analysis of Various Aspects of Damping of Composite Materials and Structures // *Journal of Composite Materials*. 1992. Vol. 26. P. 2585-2605.
116. Gibson R. F. Damping Characteristics of Composite Materials and Structures // *Structural Composites. Design and Processing Technologies. Proceedings of the Sixth Annual ASM/ESD Advanced Composites Conference*. Detroit. Michigan. USA. 8-11 October 1990. P. 441-450.
117. Bonadi H., Sun C. T. Hydrothermal Effects on Structural Damping of Laminated Composites // *Journal of Materials Science*. 1990. Vol. 25. P. 499-505.
118. Chao L.-P., Thompson B. S., Gandhi M. V. A Theoretical and Experimental Investigation of the Hydrothermoelastodynamic Response of Linkage Mechanisms Fabricated From Polymeric Composite Materials // *Structural Composites. Design and Processing Technologies. Proceedings of the Sixth Annual ASM/ESD Advanced Composites Conference*. Detroit. Michigan. USA. 8-11 October 1990. P. 19-30.
119. Gibson R. F., Chaturvedi S. K., Sun C. T. Complex Moduli of Aligned Discontinuous Fibre Reinforced Polymer Composites // *Journal of Materials Science*. 1982. Vol. 17. P. 3499-3509.
120. Wolfenden A., Gill J. E., Giacomini A. J., Cook L. S. The Relation of Dynamic Elastic Moduli, Mechanical Damping and Mass Density to the Microstructure of Some Glass-Matrix Composites // *Journal of Materials Science*. 1994. Vol. 29. P. 1670-1675.
121. Пелех Б. Л., Саляк Б. И. Экспериментальные методы исследования динамических свойств композитных структур. Киев: Наукова Думка. 1990. 136 с.
122. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. М.: Мир. 1974. 338 с.
123. Hinton M. J., Soden P. D., Kaddour A. S. Failure Criteria in Fibre-Reinforced Polymer Composites. Elsevier. London. 2004. 1255 p.

124. Reissner E. The effect of transverse-shear deformation on the bending of elastic plates // Transactions of the ASME. Journal of Applied Mechanics. 1945, vol. 12, No 2, pp. 67 – 77.
125. Григолюк Э. И., Куликов Г. М. Вариант нелинейной теории упругих многослойных пологих оболочек // Механика композитных материалов. 1985. № 5. С. 853-860.
126. Басов К. А. Справочник пользователя ANSYS. М.: Компьютер пресс. 2002. 224 с.
127. Ефремов Л. В. Теория и практика исследований крутильных колебаний силовых установок с применением компьютерных технологий. СПб.: Наука. 2007. 276 с.
128. Троицкий А. В., Чернышев А. А., Бухарина Г. И. Крутильные колебания в судовых валопроводах энергетических установок с упругими нелинейными элементами // Труды Крыловского государственного научного центра. 2019. Специальный выпуск 1. С. 183-188.
129. Вибрации в технике. Справочник. Т. 6. Защита от вибрации и ударов / Под ред. К. В. Фролова. М.: Машиностроение. 1995. 456 с.
130. Вибрации в технике. Справочник. Т. 1. Колебания линейных систем / Под ред. В. В. Болотина. М.: Машиностроение. 1978. 352 с.
131. Lin D. X., Ni R. G., Adams R. D. Prediction and measurement of the vibrational damping parameters of carbon and glass fibre-reinforced plastics plates // Journal of Composite Materials. 1984. Vol. 18. No 3. P. 132-152.
132. Maheri M. R. The effect of layup and boundary conditions on the modal damping of FRP composite panels // Journal of Composite Materials. 2010. Vol. 45(13). P. 1411-1422.
133. Koo K. N., Lee I. Vibration and damping analysis of composite laminates using shear deformable finite element // AIAA Journal. 1993. Vol. 31. No 4. P. 728-735.

134. Ni R. G., Adams R. D. The damping and dynamic moduli of symmetric laminated composite beams – Theoretical and experimental results // *Journal of Composite Materials*. 1984. Vol. 18. No 3. P/ 104-121.
135. Saravanos D. A., Chamis C. C. Unified micromechanics of damping for unidirectional and off-axis fiber composite // *Journal of Composite Technology & Research*. 1990. Vol. 12. No 1. P. 31-40.
136. Ni R. G., Adams R. D. A rational method for obtaining the dynamic mechanical properties of laminae for predicting the stiffness and damping of laminated plates and beams // *Composites*. 1984. Vol. 15. No 3. P. 193-199.
137. Иванцова О. Н., Рябов В. М., Ярцев Б. А. Собственные колебания анизотропных пластин из полимерных композитов. I. Слоистые квазиоднородные пластины // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика, механика, астрономия*. 1999. Вып. 2. (№ 8). С. 28-34.
138. Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж. Демпфирование колебаний. М.: Мир. 1988. 448 с.
139. Meirovitch L. *Computational methods in structural dynamics*. Alphen aan den Rijn, The Netherlands. Rockville, Maryland, USA. SIJTHOFF&NOORDHOFF. 1980. 439 p.
140. Самогин Ю. Н., Серков С. А., Чирков В. П. Метод конечных элементов в динамических расчетах турбомашин / Под ред. В. П. Чиркова. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2016. 212 с.
141. Отчет об опытно-конструкторской работе Вып. №45571. Разработка новых технологий вибро- и противоударной защиты судового оборудования, включая разработку принципиально новых конструкций высокоэффективных виброизолирующих соединительных муфт из полимерных композиционных материалов, и обеспечение современных требований по вибрационной обстановке в судовых помещениях, обусловленной нестационарностью движения судна а сплошных льдах и при преодолении торосов. «Ледовый ресурс» 2010г. 92 с.