## МИНПРОМТОРГ РОССИИ

# Департамент судостроительной промышленности и морской техники ФГУП «Государственный крыловский научный центр»

На правах рукописи

Auf

Любомиров Ярослав Мстиславович

# ИНТЕРАКТИВНЫЙ МЕТОД ГИДРОУПРУГОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КОМПОЗИТНЫХ ЛОПАСТНЫХ СИСТЕМ

2.5.17 Теория корабля и строительная механика

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

> Научный руководитель: доктор технических наук Ярцев Борис Александрович

Санкт-Петербург – 2024

# оглавление

ВВЕДЕНИЕ4
1. АНАЛИЗ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАДАЧ
МЕХАНИКИ КОМПОЗИТОВ И ГИДРОДИНАМИКИ13
1.1. Моделирование напряженно-деформированного состояния 13
1.2. Критерии прочности 16
1.3. Моделирование диссипативных свойств
1.4. Моделирование гидродинамических нагрузок
1.5. Основные методы описания гидроупругого взаимодействия 24
1.6. Интерфейс обмена данными в гидроупругом взаимодействии
2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ АЭРОГИДРОУПРУГОГО
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
2.1. Интерактивное моделирование аэрогидроупругости
2.2. Уравнения движения упругого тела 32
2.3. Моделирование механических характеристик слоя композита
2.3.1. Упругие характеристики
2.3.2. Диссипативные характеристики
2.3.3. Локальный критерий прочности 40
2.4. Основные уравнения турбулентного течения 42
2.5. Модель турбулентности 44
2.6. Уравнения аэрогидроупругого взаимодействия 46
3. МОДЕЛИРОВАНИЕ АЭРОУПРУГОСТИ КОМПОЗИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ
3.1. Прямоугольная консольная пластина 52
3.1.1. Постановка задачи
3.1.2. Численный эксперимент 54
3.2. Адаптивное композитное крыло 64
4. ГИДРОУПРУГОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СУДОВОГО ДВИЖИТЕЛЯ С
КОМПОЗИТНЫМИ ЛОПАСТЯМИ74
4.1. Объект исследования 74
4.2. Оценка достоверности моделирования пропульсивных характеристик

4.3. Оценка сходимости численной процедуры решения 79
4.4. Оценка достоверности монолитной стратегия гидроупругого
моделирования
4.5. Особенности динамики «мокрых» лопастей
4.6. Выбор рациональной структуры армирования композитной лопасти. 88
4.7. Метод моделирования диссипативных характеристик композитной
лопасти
4.8. Выбор динамически рациональной конструкции лопасти 107
4.9. Исследование динамики судовых движителей, работающих в
турбулентном потоке жидкости111
4.10. Исследование влияния состава и структуры армирования на
предельное состояние композитных лопастей114
ЗАКЛЮЧЕНИЕ116
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

## **ВВЕДЕНИЕ**

Актуальность проблемы. К настоящему времени металлические гребные винты в судостроении достигли технического и технологического совершенства, обеспечивая высокие показатели цена/качество. Тем не менее, требований к дальнейшему увеличение совершенствованию эксплуатационных характеристик судов [1] для гребных винтов означает необходимость поиска новых материалов, позволяющих реализовать дополнительные физические эффекты и расширить их потребительские свойства, не реализуемые в традиционном исполнении. Одним из таких материалов являются полимерные композиты.

Основные результаты применения композитов в настоящее время демонстрируют аэрокосмическая промышленность и индустрия спорта высоких достижений, где определяющим целевым показателем является минимизация массы конструкций за счет высоких удельных характеристик прочности и жесткости композитных материалов. Напротив, в судостроении высокие удельные характеристики прочности и жесткости чаще всего не являются достаточным условием эффективной замены металлов более дорогостоящими композитными материалами. Проиллюстрируем это на истории внедрения композитов как материала для гребных винтов.

Первые композитные гребные винты (из стеклопластика) были разработаны и апробированы в СССР в 60-70 годы XX века [2]. Проведенные тогда комплексные сравнительные испытания винтов одинаковой геометрии, выполненных из стеклопластика и металла, показали, что при равной ходкости и экономических эксплуатационных параметрах, суда, оснащенные композитными гребными винтами, отличались от судов с традиционными движителями снижением амплитуд резонансных колебаний энергетической установки и вала гребного винта на 25%. Это приводило к снижению вибраций корпуса. В качестве основного недостатка гребных винтов из стеклопластика отмечалась повышенная деформативность лопастей.

Аналогичные зарубежные исследования подтвердили указанные недостатки [3]. По этим причинам гребные винты из стеклопластика не получили широкого применения на военных кораблях, за исключением отдельных катеров, десантных кораблей и тральщика ВМС Швеции «Viksten» [4]. Подобные гребные винты использовались в торпедах «Mark-6» [5]. Поэтому интерес к созданию композитных гребных винтов угас.

Возобновление интереса к композитным гребным винтам связано с появлением углеродного волокна - нового армирующего материала для изготовления углепластика. Высокая анизотропия углепластика позволяет создавать моноклинные структуры, в которых появляется возможность изменять степень связанности нормальных и сдвиговых напряжений и деформаций. Обоснование эффективности применения гребных винтов с лопастями из углепластика было представлено в обзорной статье [6], хотя в К судам. Последующие полтора основном, оно относилось малым десятилетия сопровождались успехами в области создания и внедрения гребных винтов, достигнутыми В различных композитных странах, обобщение которых приведено в [7].

Наибольший интерес вызывает гребной винт с лопастями из углепластика «Contur», разработанный **AIR Fertigung**компанией Technologie GmbH» (Германия) совместно с университетом Ростока для элитных яхт и кораблей. Масса этого винта в три раза меньше массы бронзового прототипа. Верхние кончики лопастей из углепластика тоньше кончиков металлических лопастей, что обеспечивает снижение шума гребного винта до 5 дБ [6, 7]. Структура армирования лопастей винта «Contur» позволяет им реагировать на изменение условий нагружения за счет пассивной адаптации величины шага, поддерживая оптимальный КПД. В результате расход топлива снижался до 15%. Адаптивный гребной винт обеспечивает большее ускорение судна за счет более быстрого достижения номинальных оборотов. Кроме того, адаптация лопастей к различным

нагрузкам обеспечивает перераспределение давления на их поверхностях к диапазону, в котором кавитация не возникает.

В 2002 г. композитные гребные винты с лопастями из углепластика были установлены на две подводные лодки класса 206А. Геометрия этих движителей идентична геометрии штатного гребного винта [8]. Композитные гребные винты эксплуатировались более двух лет и прошли приблизительно 20 000 морских миль без каких-либо повреждений.

Также сообщалось об испытаниях композитного гребного винта диаметром 3,9 м для подводной лодки класса 212А, в состав которого с целью повышения диссипативных характеристик включены арамидные волокна (кевлар), что позволило увеличить коэффициент механических лопастей величины  $\eta \approx 0.01$ . потерь композитных до Результаты акустических испытаний превзошли все ожидания [8]. В будущем коэффициент механических потерь композитных лопастей предполагается увеличить до значения *n* ≈ 0,04 за счет включения в состав композитной структуры вязкоупругих промежуточных слоев. Новое поколение композитных гребных ВИНТОВ для подводных лодок класса 212A разрабатывать предполагается И производить внутренней В рамках производственной цепочки немецкой верфи HDW [9]. До этого вязкоупругие демпфирующие материалы успешно использовались в дорогостоящих аэрокосмических композитных конструкциях, внедряя их между слоями препрега из эпоксидного углепластика перед отверждением в автоклаве при высокой температуре и высоком давлении [10].

Компания «Nakashima Propeller» (Япония) разработала серийный гребной винт с лопастями из углепластика, осуществила его регистрацию в японском регистре ClassNK и успешно испытала в 2014 г. на танкере «TAIKO-Maru» [11]. Установленные на танкере маршевый гребной винт и гребные винты подруливающего устройства с лопастями из углепластика имели диаметр 2,12 м и 0,85 м соответственно. С 2015 г. гребные винты с

лопастями из углепластика компания «Nakashima Propeller» серийно устанавливает на танкерах и морских паромах [11].

Для транспортных судов до последнего времени проблема улучшения виброакустических гребных характеристик винтов рассматривалась зрения обитаемости Однако практически только С точки судов. возросшая интенсивность судоходства и энерговооруженность судов приводят к тому, что в акваториях с наиболее напряженным судоходством шум судов начал оказывать негативное влияние на морскую фауну. Поэтому в 2014 г. IMO [1] указала на необходимость борьбы с шумовым загрязнением моря и нормирования шумности транспортных судов. К документам, регулирующим шум транспортных судов можно отнести DNV SILENT Class notation [12], в котором введены нормирующие кривые шума в третьоктавном спектре для 5 типов судов. Появление норм подводного шума для транспортных судов призвано инициировать работы в направлении снижения подводного шума гражданских судов.

Хотя в настоящее время гребные винты продолжают преимущественно изготавливать из бронзового или титанового сплавов, анализ современных мировых тенденций свидетельствует о том, что все большее внимание уделяется проблеме создания гребных винтов с композитными лопастями, в первую очередь из углепластика [3, 13].

Можно предположить, что интерес зарубежных специалистов к углепластику обусловлен возможностью создания композитных лопастей гребных винтов рациональных составов И структур армирования. Отличительной особенностью лопастей таких является возможность управления уровнями их изгибно-крутильной связанности и диссипативных характеристик и, следовательно, уровнями виброскоростей, виброускорений и виброперемещений. Поскольку гребные винты эксплуатируется в водной среде, взаимодействие с которой оказывает влияние на параметры их то реализация преимуществ от применения динамического отклика, композитных лопастей в значительной степени зависит от адекватности

используемых методов математического моделирования связанных задач деформирования упругой конструкции и гидродинамики.

В нашей стране в этом направлении систематические работы до сих пор не проводились.

Цель работы заключается в разработке интерактивного метода математического моделирования параметров динамического отклика взаимодействующих с водно-воздушной средой деформируемых композитных лопастных систем судовых движителей, основанного на использовании различных стратегий численного решения связанных задач аэрогидроупругости.

Для достижения заявленной цели необходимо решить основные задачи:

- выполнить анализ существующих методов математического моделирования задач механики композитов и гидродинамики;

 - сформировать схемы взаимодействия задач в процессе аэрогидроупругого моделирования композитных лопастных систем и выбрать математические модели их реализации;

- уточнить метод выбора рациональных составов структур И армирования погруженных в водную среду композитных лопастей судовых движителей, основанный на исследовании собственных частот И собственных форм их затухающих колебаний;

- апробировать разработанный интерактивный метод математического моделирования параметров динамического отклика взаимодействующих с водно-воздушной средой деформируемых композитных лопастных систем путем исследования динамики судового движителя, находящегося в покоящейся безвихревой идеальной жидкости или работающего в турбулентном потоке.

Методы исследования: при постановке и численном решении задач, рассматриваемых в диссертационной работе, использовались методы и положения теории упругости, теории вязкоупругости, механики композитов,

аэрогидродинамики, методы и средства вычислительной механики сплошных сред как основного аппарата математического моделирования.

Достоверность результатов подтверждена хорошим согласованием расчетных и экспериментальных значений параметров динамического отклика (собственных частот и собственных форм колебаний, коэффициентов механических потерь, критических скоростей флаттера и дивергенции, кривых действия) исследуемых конструкций.

#### Научная новизна:

1. Разработан интерактивный метод математического моделирования параметров динамического отклика взаимодействующих с водно-воздушной средой деформируемых композитных лопастных систем судовых движителей, основанный на использовании различных стратегий численного решения связанных задач аэрогидроупругости.

2. Уточнен метод выбора рациональных составов и структур армирования погруженных в водную среду композитных лопастей судовых движителей, основанный на исследовании собственных частот и собственных форм их затухающих колебаний.

3. Исследовано влияние:

 – структуры армирования консольной пластины и обшивки адаптивного крыла, образованных совокупностью слоев однонаправленного углепластика, на величины их собственных частот, а также критических скоростей флаттера и дивергенции;

– состава и структуры армирования неоднородных по толщине «мокрых» композитных лопастей, образованных силовыми слоями из однонаправленного углепластика и вибропоглощающим слоем «мягкого» вязкоупругого материала, на величины собственных частот и коэффициентов механических потерь, а также на спектры эффективной мощности виброскоростей, средних амплитуд виброскоростей и реакций в зоне соединения ступицы с валом судового движителя.

**Практическая значимость результатов работы:** разработанный интерактивный метод математического моделирования параметров динамического отклика взаимодействующих с водно-воздушной средой

деформируемых композитных лопастных систем судовых движителей, основанный на численной реализации различных стратегий решения связанных задач аэрогидроупругости, позволяет минимизировать объемы экспериментальной проверки разрабатываемых конструкций судовых движителей с адаптивными композитными лопастями. Использование этого метода позволило разработать два элемента конструкции сборного судового движителя с адаптивными композитными лопастями, новизна которых подтверждена двумя патентами Российской Федерации.

Реализация результатов работы. Результаты работы использованы при выполнении работ ФГУП «Крыловский государственный научный центр» по:

– государственным контрактам с Минпромторгом РФ
№11411.1000400.09.010 от 02.12.2011 г., № 18208.4452018.09.001 от
24.12.2018 г.;

– договору с АО «Научно-производственное предприятие «МОРСКАЯ
ТЕХНИКА», № 1218187301351010105000076/134-61/07 от 26.11.2007 г.;

– договорам с АО «Санкт-Петербургское морское бюро машиностроения «Малахит» № НИОКР/3-18/236-35/18 от 2.07.2018 г.,
№ НИОКР/2-17/107-35/17 от 30.03.2017 г.;

- договору с АО «ЦКБ «Лазурит» №364-91/17 от 29.06.2018 г.

#### На защиту выносятся:

- интерактивный метод математического моделирования параметров динамического отклика взаимодействующих с водно-воздушной средой деформируемых композитных лопастных систем судовых движителей, основанный на использовании различных стратегий численного решения связанных задач аэрогидроупругости;

– уточненный метод выбора рациональных составов и структур армирования погруженных в водную среду композитных лопастей судовых движителей, основанный на исследовании собственных частот и собственных форм их затухающих колебаний;

- результаты исследований влияния:

• структуры армирования консольной пластины и обшивки адаптивного крыла, образованных совокупностью слоев однонаправленного углепластика, на величины их собственных частот, а также критических скоростей флаттера и дивергенции;

 состава и структуры армирования неоднородных по толщине «мокрых» композитных лопастей, образованных силовыми слоями из однонаправленного углепластика и вибропоглощающим слоем «мягкого» вязкоупругого материала, на величины собственных частот и коэффициентов механических потерь, а также спектры эффективной мощности виброскоростей, средних амплитуд виброскоростей и реакций в зоне соединения ступицы с валом судового движителя.

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертационной работы доложены и обсуждены на следующих конференциях:

– Конференция по строительной механике корабля, посвященная памяти профессора И.Г. Бубнова и 110-летию со дня образования кафедры строительной механики корабля «Бубновские чтения», Санкт-Петербург, 2014 г.;

– Конференция по строительной механике корабля, посвященная памяти профессора П.Ф. Папковича, Санкт-Петербург, 2015 г.;

– Международная научная конференция по механике «Седьмые Поляховские чтения», Санкт-Петербург, 2015 г.;

- Конференция по строительной механике корабля памяти академика Ю.А. Шиманского, Санкт-Петербург, 2016 г.;

 – Четвертая Всероссийская научно-техническая конференция «Динамика и прочность конструкций аэрогидроупругих систем. Численные методы», Москва, 2017 г.;

- Международная научная конференция по механике «IX Поляховские чтения», Санкт-Петербург, 2021 г.;

- Одиннадцатая международная конференция «Военно-морской флот и судостроение в современных условиях» NSN'2021, Санкт-Петербург, 2021 г.;

- Научно-техническая конференция по строительной механике корабля, посвященная 155-летию РосНТО судостроителей имени академика А.Н. Крылова, Санкт-Петербург, 2021 г.;

– Всероссийская научно-техническая конференция по строительной механике корабля «памяти академиков-кораблестроителей» посвященная 160летию со дня рождения Алексея Николаевича Крылова и 140-летию со дня рождения Юлиана Александровича Шиманского, Санкт-Петербург, 2023 г.;

- Тринадцатая международная конференция «Военно-морской флот и судостроение в современных условиях» NSN'2024, Санкт-Петербург, 2024 г.

Публикации автора по теме диссертации. Основные результаты и положения диссертационного исследования нашли отражение в 7 научных публикациях, в т.ч. в 4 статьях, опубликованных в изданиях, включенных в Перечень изданий, определенный ВАК для публикации результатов научных исследований (из них 2 без соавторов), 1 публикация индексируется в БД SCOPUS и WoS. Получены 2 патента на изобретение РФ.

Личный вклад автора заключается в постановке задач исследования, планировании и организации всех этапов работы. Диссертанту принадлежат: интерактивный метод математического моделирования параметров динамического отклика взаимодействующих с водно-воздушной средой деформируемых композитных лопастных систем судовых движителей, основанный на использовании различных стратегий численного решения связанных задач аэрогидроупругости; уточнение метода выбора рациональных составов и структур армирования погруженных в водную композитных лопастей судового движителя, основанного среду на исследовании собственных частот и собственных форм их затухающих колебаний; результаты численных исследований, обработка и обобщение экспериментальных данных лабораторных исследований.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из 4 на 133 введения, глав И заключения, изложенных страницах включая 54 рисунка, 1 таблицу, машинописного текста, 2 страницы оглавления и список литературы из 166 источников.

# 1. АНАЛИЗ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ КОМПОЗИТОВ И ГИДРОДИНАМИКИ

Классическая методология проектирования судовых движителей (гребных винтов, рабочих колес водометных движителей из металлов и сплавов) основана на моделях гидродинамики и, следовательно, на гипотезе о бесконечной жесткости всех элементов лопастной системы [14-16].

Появление судовых движителей с композитными лопастями позволяет максимизировать эксплуатационные характеристики данной конструкции. Этого можно достичь, используя анизотропию физико-механических свойств композитов для адаптации реакции слоистой композитной структуры на внешнее воздействие в результате пассивного управления уровнем взаимодействия между изгибом и кручением лопастей. Чтобы правильно понять реакцию лопасти и, следовательно, спроектировать рациональную конструкцию, необходимо исследовать ее деформирование под воздействием потока жидкости. Поэтому процесс создания адаптивной композитной лопасти судового движителя связан с совместным решением задач деформирования упругой конструкции и гидродинамики.

В данной главе рассматриваются математические модели, используемые при моделировании взаимодействия «жидкость-конструкция».

### 1.1. Моделирование напряженно-деформированного состояния

Гидродинамические силы, возникающие в процессе эксплуатации судового движителя, приводят к изгибу и кручению лопастей. Проверка статической прочности лопастей производится для расчетных режимов работы движителя. Величина допускаемых напряжений принимается из условия обеспечения 3-10 кратного запаса прочности лопастей в зависимости от физико-механических свойств используемого материала.

С начала XX века и до настоящего времени для прогнозирования напряженно-деформированного состояния и прочности судового движителя

консольной балки. Эта используется модель одномерная модель неоднократно уточнялась и в окончательной формулировке она позволяет учесть влияние откидки, саблевидности и центробежных сил на напряженнодеформированное состояние лопастей [17]. Несмотря на большую популярность, данная модель имеет ряд недостатков, к которым, в первую очередь, относится невозможность прогнозирования распределения полей деформаций и напряжений вдоль хорды лопасти. Указанный недостаток устраняется путем перехода к двумерным моделям линейной теории оболочек, позволяющим предсказывать точнее напряженнодеформированное состояние лопасти [18].

При моделировании напряженно-деформированного состояния лопастей применяются слоистых композитных различные теории многослойных анизотропных пластин и оболочек. Для построения этих теорий используются методы [19, 20], основанные на: гипотезах 0 напряженном и/или деформированном состояниях [21-26]; разложении в ряды по степеням поперечной координаты [27-30]; асимптотическом интегрировании трехмерных уравнений [31]; представлениях о двумерных средах [32]. Эти методы приводят трехмерные системы уравнений в частных производных, описывающие механическое поведение реальной конструкции, системам дифференциальных уравнений К двумерным В частных производных. Но при этом существуют два принципиально различающихся подхода [33, 34]: теории, основанные на гипотезе ломаной нормали; теории, основанные на гипотезе эквивалентного слоя. Их основное различие заключается в представлении о пакете слоев как о совокупности независимых слоев (гипотеза ломаной нормали) [35-38] или как о целостном (гипотеза эквивалентного слоя) [21-32,39-42]. Число эквиваленте разрешающих уравнений в теориях, основанных на гипотезе «ломаной нормали», непосредственно зависит от числа слоев пакета и не зависит от него для теорий второй группы. Кроме того, определение некоторых эффективных характеристик слоистого пакета затруднено В теориях «эквивалентного слоя», особенно тогда, когда свойства и толщины слоев

сильно различаются, поскольку классические представления о деформациях поперечных сечений здесь не выполняются. При использовании гипотезы «ломаной нормали» возникает другая проблема – ошибка, получаемая при неточном описании деформации поперечного сечения каждого слоя. Однако она существенно меньше ошибки, возникающей при построении кинематической модели всего пакета слоев (эквивалентного слоя).

При изучении деформирования многослойных анизотропных пластин и оболочек необходимо учитывать:

 – неоднородность распределения механических свойств по толщине пакета слоев (в большинстве случаев распределение этих свойств кусочнопостоянно);

– анизотропию свойств как на локальном (какой-либо слой), так и глобальном (весь пакет слоев) уровне.

В связи с этим расчет многослойных анизотропных пластин и оболочек становится значительно сложнее, чем однородных пластин, главным образом из-за роста вычислительных затрат.

В настоящее время различные теории слоистых анизотропных пластин и оболочек успешно используются для прогнозирования напряженнодеформированного состояния, устойчивости и параметров динамического отклика композитных конструкций как в линейной, так и в геометрически нелинейной постановках [19, 33, 43-53].

Радикальным повышением точности прогнозирования как глобальных, так и локальных свойств неоднородных композитных конструкций является использование соотношений теории упругости анизотропного тела [54-56], не находивших практического применения до конца XX века. В последнее десятилетие ситуация стремительно меняется в результате расширения возможностей вычислительной техники и доступности на рынке множества коммерческих программных комплексов, численно реализующих 3D-теории в конечно-элементной (КЭ) постановке [57].

Сложность геометрии лопастей судовых движителей предопределила использование метода конечных элементов для прогнозирования параметров

их статического и динамического отклика. Причем при построении КЭмодели лопастей используются как 3D (твердотельные) [58-62], так и 2D (оболочечные) конечные элементы [63-68].

Очевидно, что нахождение полей деформаций и напряжений путем численного решения 3D задачи требует больших временных затрат, чем аналогичной 2D численное решение задачи. Однако ЭТО различие нивелируется в процессе проведения гидроупругого расчета судовых движителей с композитными лопастями, Т.К. время решения гидродинамической задачи значительно превышает время определения напряженно-деформированного состояния упругой конструкции. Кроме того, при гидроупругом расчете интерполяция полей давления на поверхность деформируемой лопасти, моделируемой твердотельными элементами, реализуется точнее, чем на поверхность оболочки.

### 1.2. Критерии прочности

Критерий прочности является важным обобщением на трехмерное напряженное состояние понятия предела прочности для одноосного растяжения, сжатия, чистого сдвига. С математической точки зрения критерии прочности представляют собой соотношения между составляющими тензора напряжений в точке, которые должны быть выполнены, когда в этой точке возникает предельное состояние.

Прогнозирование предельного состояния композитных конструкций возможно выполнять на основе двух подходов: структурного (микромеханического) и феноменологического.

Известно, что разрушение композита обусловлено локальными физическими процессами. Следовательно, для обоснования критериев прочности при структурном подходе необходимо, во-первых, локальные нерегулярности охарактеризовать взаимного расположения матрицы и волокон, во-вторых, разработать во всех деталях методику исследования вне рамок классической механики сплошной среды и, втретьих, изучить физические механизмы разрушения каждой из изотропных

фаз в отдельности. Поскольку перечисленные части исследования, в особенности последняя, нуждаются в серьезном обосновании, структурный подход к проблеме разрушения композита в настоящее время представляется труднореализуемым. Поэтому основное внимание уделим феноменологическому подходу.

При феноменологическом подходе неоднородный композит рассматривается как сплошная среда, математическая модель которой строится на основе экспериментально полученных данных без объяснения механизмов, определяющих поведение композита. Если при построении модели уделяется должное внимание математическим требованиям, то феноменологический подход может быть использован для инженерного описания свойств материала.

Феноменологический критерий разрушения можно рассматривать как некую передаточную функцию, связывающую внешнее воздействие с реакцией материала на это воздействие. При этом «разрушение» понимается как возникновение любого наблюдаемого нарушения сплошности среды.

При феноменологическом описании критерий прочности должен удовлетворять следующим требованиям [69]:

– быть инвариантным по отношению к выбору системы координат;

– моделировать любые виды разрушения без каких-либо особых ограничивающих предположений относительно механизма разрушения;

– иметь только одну точку пересечения любой заданной радиальной траектории нагружения с поверхностью прочности;

- легко упрощаться применительно к желаемому уровню точности;

 – допускать возможность формулировки как в пространстве напряжений, так и в пространстве деформаций при взаимно однозначном соответствии между этими формулировками;

- однозначно определять главные оси прочности.

Геометрически критерий прочности в случае объемного напряженного состояния можно интерпретировать как некую предельную поверхность в шестимерном пространстве напряжений (деформаций), т.е. предельное

состояние выполняется в тот момент, когда заданный вектор напряжений пересекает эту поверхность прочности.

Таким образом, для оценки прочности на основе феноменологического подхода нужны определенные с той или иной степенью точности параметры напряженно-деформированного состояния композитной конструкции И свойства материала, сравнение с которыми позволит сделать вывод о сохранении работоспособности конструкции. При такой постановке задачи для расчета параметров напряженно-деформированного состояния конструкции пригодна достаточно простая модель. В рамках механики деформируемого твердого тела такой моделью является модель линейной теории упругости, приводящая к системе линейных дифференциальных уравнений в частных производных. Для этой теории решено большое число задач и хорошо разработан аппарат их решения. Кроме того, в настоящее время практически все задачи линейной теории упругости можно численно решить с помощью универсальных прочностных расчетных пакетов, основанных на использовании метода конечных элементов. Методы экспериментального определения упругих постоянных, входящих В обобщенный закон Гука, давно стандартизированы, и их описание включено в соответствующие национальные и международные стандарты. Поэтому использование в качестве расчетной модели модель линейной теории упругости позволяет для любой формы конструкции и любого вида внешних воздействий. приложенных к этой конструкции, получать значения параметров напряженно-деформированного состояния в аналитической или численной форме. Выбирая критерий прочности, необходимо помнить о точности результатов, получаемых в рамках модели, использующей линейную теорию упругости.

Многие авторы [69-76] формулировали критерии прочности анизотропных композитов в виде некоторого полинома от инвариантов, представляющих собой свертки тензора напряжений  $\sigma_{ij}$  с так называемыми тензорами прочности четных рангов:  $I_1 = B_{rs}\sigma_{rs}$ ,  $I_2 = A_{ijkl}\sigma_{ij}\sigma_{kl}$  и т.д. Число

констант  $B_{rs}$  для плоского случая равно трём,  $A_{ijkl}$  – шести. Нахождение такого большого числа констант из ограниченного числа опытов, как правило, оказывается неоднозначным: экспериментальные данные описываются одинаково хорошо различным набором констант, и некоторые из них приходится назначать произвольным образом (например, равными нулю). Если ограничиться вторым инвариантом, критерий прочности приобретает вид:

$$I_1 + I_2^{\beta} = 1, \tag{1.1}$$

 $(\beta = 1/2 - \Gamma$ ольденблат-Копнов [72],  $\beta = 1 - \text{Цай-By}$  [75]), и предельная кривая в плоскости  $\sigma_1 \sigma_2$  в случае растяжения в двух направлениях напряжениями  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  будет представлять собой эллипс.

Приближение предельной кривой эллипсом для ортогонально армированного пластика со слабой матрицей вряд ли может считаться удовлетворительным. Действительно, пренебрегая прочностью полимерного связующего, мы получаем ортогональную решётку волокон, которая может разрушиться в результате разрыва волокон в том или ином направлении. Такая структура может выдерживать напряжения только вдоль волокон, но не под углом к ним, когда возникают касательные напряжения. В соответствии с этим, условие разрушения в плоскости  $\sigma_1 \sigma_2$  будет представляться прямоугольником. Конечно, вводя в уравнение (1.1) более инварианты высоких порядков, можно ЭТОТ прямоугольник аппроксимировать с любой степенью точности, но число констант и соответствующие трудности их экспериментального определения при этом неизмеримо возрастут.

С другой стороны, тензорный полином (1.1) определяет гладкую поверхность в пространстве напряжений, и мы ничего не можем сказать о смене механизмов разрушения. В то же время разрушение, например, ортогонально армированных пластиков при растяжении под углом к волокнам происходит по плоскости, содержащий один или другой слой армирующего материала. Учитывая направленный характер разрушения

волокнистого композита, естественно принять в качестве условия прочности некоторое предельное соотношение между напряжениями, действующими в плоскости возможного разрушения, включающей в себя одно из направлений армирования. Обозначая через  $\sigma_n$  и  $\tau_n$  нормальное и касательное напряжение на этой плоскости, будем формулировать условие прочности в виде [77-79]

$$\varphi(\sigma_n, \tau_n) = 1. \tag{1.2}$$

Механизмы разрушения и условия их смены позволяет предсказать критерий максимальных напряжений (1.2), который, впрочем, также обладает существенным недостатком – невозможностью учета взаимного влияния напряжений на разрушение материала.

#### 1.3. Моделирование диссипативных свойств

Полимерные композиционные материалы кроме высоких удельных упруго-прочностных характеристик демпфирующие имеют высокие свойства, на 1-2 десятичных порядка превосходящие уровни диссипации энергии у металлов и сплавов. Это позволяет рассматривать демпфирование в композитных конструкциях не как полезный вторичный эффект, а как один из основных параметров проектирования [79-85]. Поскольку рассеяние энергии в композитных структурах в первую очередь определяется вязкоупругой релаксацией напряжений в полимерной матрице и волокнах, то наиболее распространенный способ прогнозирования диссипативных характеристик таких материалов связан с рассмотрением затухающих колебаний вязкоупругого анизотропного тела.

Известны три основных подхода к моделированию процессов рассеяния энергии в композитах: принцип упруго-вязкоупругого соответствия в линейной теории вязкоупругости, энергетический метод и использование простейших линейных вязкоупругих моделей [82, 83, 95].

В соответствии с принципом упруго-вязкоупругого соответствия решение задачи о стационарных квазигармонических колебаниях для вязкоупругого тела можно получить из решения соответствующей задачи для

упругого тела путем замены упругих постоянных соответствующими комплексными модулями или комплексными коэффициентами податливости [87-89]. Задача о затухающих колебаниях композитной конструкции сводится к алгебраической проблеме комплексных собственных значений [90, 91]. В настоящее время построение численной процедуры решения обобщенной задачи на комплексные собственные значения для конструкций сложной геометрии достаточно проблематично. Поэтому наибольшую популярность получил энергетический метод, являющийся частным случаем метода, основанного на принципе упруго-вязкоупругого соответствия.

Энергетический метод заключается в анализе уравнения баланса энергии с учетом потерь на внутреннее трение для каждой собственной формы колебаний. При этом значения членов в уравнении баланса энергии приближенно находят по формам и частотам колебаний консервативной системы. Таким образом, каждой собственной форме колебаний ставят в  $\psi = 2\pi\eta$ , соответствие коэффициент диссипации определяемый как отношение рассеянной составляющей потенциальной энергии деформации  $\Delta U$  к максимальной накопленной составляющей потенциальной энергии деформации U в элементе за один цикл свободных затухающих колебаний. коэффициента Произведение диссипации на соответствующую ему собственную частоту представляет собой относительную мощность диссипации q, характеризующую относительное рассеяние энергии за времени единицу при гармонических затухающих колебаниях. Коэффициенты диссипации определяют амплитуды вынужденных колебаний системы в установившемся режиме при резонансе, а мощности диссипации – скорости затухания свободных колебаний [92-94]. Энергетический метод широко применяется на практике, прежде всего в силу его простоты и прозрачности механической процедуры, а также внешней привлекательности отсутствия необходимости решения обобщенной комплексной задачи на собственные значения. Однако с повышением демпфирующей способности достоверность прогноза диссипативных свойств композитных структур на основе энергетического метода, вообще говоря, падает.

Значительно реже, чем два предыдущих подхода, прогнозирование диссипативных характеристик слоистых композитов производится на основе использования простейших линейных вязкоупругих моделей. Линейные вязкоупругие модели Кельвина, Максвелла, Зенера достаточно просты, но не адекватно описывают процессы деформирования вполне реальных полимеров. К достоинствам таких моделей относятся малое количество параметров, необходимых для характеристики вязкоупругих свойств материала, простота их оценки и доступность коммерческих программных комплексов. Лучшего согласования с экспериментом можно достичь, заменив один элемент Максвелла с временем релаксации τ на серию элементов с различными временами релаксации, соединенных параллельно друг с другом. Использование достаточно большого числа элементов Максвелла позволяет достаточно хорошо отобразить любую функцию релаксации. Такую модель называют рядом Прони [95, 96].

#### 1.4. Моделирование гидродинамических нагрузок

Гидродинамический расчет композитных гребных винтов может быть реализован на основе трех методов, а именно: методом вычислительной гидродинамики (МВГ), методом несущей поверхности (МНП) и методом граничных элементов (МГЭ) в отечественной литературе, называемый панельным методом (ПМ). Подробное описание этих методов может быть найдено, например в [14, 15, 97-99].

Основанные на численном решении уравнений Навье-Стокса методы вычислительной гидродинамики применялись авторами работ [100-103] для расчета гидроупругого взаимодействия композитных винтов с жидкостью.

В методе граничных элементов предполагается поток невязкой, безвихревой и несжимаемой жидкости. Это означает, что поле скоростей может быть определено из потенциала скорости, полученного из решения уравнений Лапласа. На шаге пост-обработки давление вычисляется из уравнения Бернулли. В этом методе панели покрывают поверхность тела. Каждая панель представляет элементарную потенциальную функцию потока

с неизвестной интенсивностью. Интенсивность элементарной потенциальной функций потока рассчитываются при известных граничных условиях на поверхности тела, следа И кавитации. Панельные методы расчета исследованиях [65, 104-106] использовались В ДЛЯ выполнения гидроупругого анализа винта.

Метод несущей поверхности также основан на численном решении уравнения Лапласа. Разница между МГЭ и МНП состоит в том, что в последнем срединную поверхность покрывают элементами вместо полной 3D поверхности винта. Метод несущей поверхности, использован при создании гидроупругих моделей винта в статьях [107-108].

В существующей литературе отсутствует описание результатов сравнительных исследований применения МВГ, МГЭ и МНП для расчета гидроупругого взаимодействия композитных винтов с жидкостью. Однако, исходя из качественных оценок, можно указать достоинства и недостатки различных методов.

Недостатком МНП является более низкая точность расчета по сравнению с МГЭ, но МНП позволяет выполнять нестационарный расчет гребного винта на порядок быстрее, чем МГЭ. Другой недостаток МНП заключается в том, что моделируется только изогнутая срединная поверхность вместо реальной 3D геометрии лопасти гребного винта. Поэтому МНП лишь приближенно учитывает влияние перемещений лопасти на поток жидкости, которые весьма важны при расчете гидроупругого взаимодействия композитных винтов с жидкостью.

Наиболее часто для численного расчета гидродинамических характеристик судовых винтов применяется МГЭ. Его преимущество, но одновременно и недостаток - упрощенная модель жидкости. Гипотеза потенциального течения сводит нелинейные уравнения Навье-Стокса к уравнениям Лапласа для потенциала скорости. Этого достаточно в МГЭ для описания потока вокруг работающего гребного винта в однородном и неоднородном следе. Однако допущение потенциальности течения делает невозможным описание моделью МГЭ таких явлений, как отрыв потока,

формирование пограничного слоя, влияние турбулентности на шум гребного винта, в результате чего интерес от МГЭ склоняется в сторону МВГ.

Более высокая точность и учет влияния вязкости жидкости - основное преимущество МВГ. Основным недостатком МВГ является относительно высокие вычислительные затраты, порождаемые необходимостью генерации густой сетки. Основной причиной увеличения времени вычислений при использовании МВГ по сравнению с МГЭ и МНП является достаточно точная 3D сетка, степень дискретизации которой обычно выше, чем сетки, используемые для расчета КЭ-моделью. Поэтому в МВГ требуются дополнительные процедуры для интерполяции давлений и перемещений между сетками, используемыми в МВГ и МКЭ.

Из приведенного анализа MBΓ целесообразно следует, что использовать при проведении расчетов распределения нагрузок на поверхностях деформируемых лопастей гребного винта, находящегося в несжимаемой жидкости. Высокая потоке вязкой вычислительная ресурсоемкость МВГ компенсируется ростом вычислительных мощностей и доступностью коммерческого программного обеспечения, a так же возможностью учета влияния вязкости, отрыва потока и характеристик турбулентности на прогнозирование уровней вибраций лопастей гребного винта. Все это привело к росту использования МВГ [109-111].

#### 1.5. Основные методы описания гидроупругого взаимодействия

Существуют классы задач, которые необходимо решать на основе моделирования взаимодействия «жидкость-конструкция». Выбор подхода к решению гидроупругого взаимодействия и часто применяемая терминология в значительной степени определяется решаемой задачей. Например, на моделирование гидроупругого взаимодействия влияют морское волнение, скорость хода и возбуждающие силы, вызванные работой энергетических установок и движителей [112]. Поэтому остановимся на классификации и сферах применения стратегий гидроупругого взаимодействия применительно к гребным винтам [113].

Можно выделить два основных подхода к описанию степени связанности в гидроупругом взаимодействии «жидкость-конструкция» - это слабая и сильная связанности. Независимо от степени связанности всегда подразумевается наличие обратной связи [113]. Примером слабо связанной задачи может быть анализ отклика конструкции плохообтекаемого тела свободный пролет подводного трубопровода), (например, когда периодический срыв вихрей может вызвать его сильные колебания при резонансе частоты схода вихрей с собственной частотой свободного пролета трубопровода. Сильно связанная задача возникает, например, при анализе кровотока в упругих сосудах. Оба типа связанности могут реализовываться в рамках монолитной или параллельной (раздельной) стратегий решения [113].

В случае слабого взаимодействия в пределах данного временного шага решения давление жидкости, определенное на поверхности конструкции во время первого полупериода будет таким же в последующем полупериоде при определении реакции конструкции до завершения временного шага. В случае взаимодействия сильно связанного для удовлетворения уравнений сохранения давление жидкости и реакция конструкции повторяются, прежде чем закончить временной шаг. Кроме того, в контексте сильной связанности необходимо учитывать вклад движений сетки в уравнения сохранения. Следует отметить, что в некоторых условиях взаимодействие не может оставаться стабильным на протяжении последовательных итераций. Примером возникновения такой нестабильности может быть моделирование флаттера консольного крыла в воздухе и воде. Следует понимать, что на динамику колебаний консольного крыла в воде так же окажут сильное влияние присоединенные массы жидкости.

Монолитная стратегия решения сильно связанной задачи взаимодействия осуществляется на уровне связанной системы уравнений системы «жидкость – конструкция». В этом случае существует единая структура данных, которая включает в себе дискретизацию полностью связанной системы «жидкость-конструкция». Вычислительный процесс выполняется в одном приложении.

При параллельной стратегии решения используются два различных приложения, одно для гидродинамической задачи, а другое для упругой задачи. Параллельная стратегия решения предполагает использование специального программного обеспечения, обеспечивающего совместимость вычислительных приложений. Для независимых параллельной ДВУХ стратегии решения связанной задачи трудно формально доказать сходимость единственности решения, так как области И границы жидкости И конструкции моделируются с использованием различных численных методов в рамках одной решаемой задачи.

Все выше сказанное указывает на то, что для лучшего понимания физики взаимодействия упругой конструкции и жидкости целесообразно использовать экспериментальные данные в сочетании с численным анализом.

Анализ работ, посвященных моделированию гидроупругого взаимодействия, показал, что для конструкции, находящейся в потоке жидкости, чаще реализуется параллельная стратегия решения с передачей граничных параметров через интерфейс на поверхности взаимодействия [100-107, 114].

Авторы статьи [108] для анализа композитных винтов использовали монолитную стратегию решения связанной системы уравнений динамической теории упругости гидродинамики. Основным И преимуществом данной стратегии решения является одновременное решение гидродинамической и упругой задач, снижающее погрешности вычислений, порождаемых различием интерфейсных граничных условий. Однако, не сходимости решения, смотря на повышение не следует ожидать автоматического уменьшения времени вычислений. Монолитная стратегия предполагает, что гидродинамическая и упругая задачи должны иметь одинаковую размерность сеток. Для выполнения гидродинамического расчета требуется более мелкая сетка, чем для выполнения упругого расчета. В этом случае слишком мелкая сетка, используемая для упругого расчета, увеличивает общее время вычислений. Еще одним важным недостатком этого метода является то, что он не позволяет использовать существующие

проверенные несвязанные гидродинамические и упругие вычислительные приложения.

Решение нестационарной задачи гидроупругого взаимодействия позволяет прогнозировать деформации композитных лопастей гребных винтов, находящихся в неоднородном потоке жидкости. Тем не мене только авторы работ [58, 105, 115] использовали нестационарные модели, в то время как остальные ограничивались рассмотрением взаимодействия в однородном потоке. Это объясняется сложностью разработки моделей гидроупругого взаимодействия в условиях однородного и неоднородного набегающего потоков.

#### 1.6. Интерфейс обмена данными в гидроупругом взаимодействии

Как отмечалось ранее, если расчет гидроупругого взаимодействия композитных винтов с жидкостью основан на параллельной стратегии решения, то гидродинамические силы должны быть приложены К конструкции, а получаемые перемещения, скорости И ускорения конструкции, должны быть переданы в гидродинамическую задачу. Использование идентичных сеток при решении гидродинамической и упругой задач позволяет исключить схемную интерполяцию. Этот подход использовался при расчете деформируемых композитных винтов в статьях [58, 101, 107, 115]. Авторы работы [116] показали, что преимуществом сочетания МГЭ - МКЭ в расчетах гидроупругого взаимодействия является возможность использования сеток одинаковой плотности.

Обзор методов моделирования гидроупругого взаимодействия при использовании сеток разной размерности представлен в [117]. В этой работе использован закон сохранения энергии при передаче через интерфейс как критерий оценки методов, которые имеют дело с передачей информации между сетками различной дискретизации. При соблюдении закона сохранения энергии выполняемая нагрузкой работа сохраняется после интерполяции. Сетки различной дискретизации применялись в работах [101, 103, 107], авторы которых не приводят подробностей об использованных схемах обмена данными. Авторы статьи [67], моделируя гидроупругое

взаимодействие, использовали значение давления для каждого узла упругой модели, полученные в результате 3D линейной интерполяции давления в контрольных точках гидродинамической модели. Алгоритм взвешенных обратных расстояний для обмена между гидродинамической и упругой задачами при моделировании гидроупругого взаимодействия приведен в [114]. В программном обеспечении общего назначения ANSYS реализуется многошаговый алгоритм передачи данных на основе сегментации и интерполяции с использованием весовых коэффициентов, описанный в [118]. обеспечивает надежную Данный передачу подход данных между гидродинамической и упругой задачами, использующие несогласованные сетки различной плотности.

# 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ АЭРОГИДРОУПРУГОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

#### 2.1. Интерактивное моделирование аэрогидроупругости

В главе 1 отмечено существование двух основных стратегий моделирования процессов взаимодействия газа/жидкости И упругой конструкции: монолитной и параллельной [113]. Более предпочтительна реализация монолитной стратегии, позволяющей на каждом временном шаге получать сильно связанное решение задач аэрогидроупругости. Однако эта стратегия, предполагающая одновременное решение систем уравнений гидродинамики и динамической теории упругости, достаточно громоздка и с сходимости глобального вычислительного учетом процесса требует большего времени и вычислительных ресурсов. Поэтому монолитная аэрогидроупругого обычно стратегия моделирования взаимодействия используется для решения определенного класса задач. К таким задачам относится прогнозирование параметров динамического отклика погруженной в воду диссипативной слоистой композитной конструкции на этапе выбора рациональной структуры армирования. Решение гидроупругой задачи упрощается введением предположения о том, что конструкция погружена в невязкую безвихревую жидкость, находяшуюся в состоянии покоя.

Параллельная стратегия решения систем уравнений гидродинамики и динамической теории упругости позволяет использование различных приложений, разработанных именно для данных классов задач. Реализацию двусторонней связи между гидродинамической задачей (CFD) и задачей упругого деформирования конструкции (CSD), различают по степени связанности на «слабую» и «сильную». В первом случае передача данных между приложениями выполняется явно, т.е. нагрузка для задачи деформирования на шаге  $t_n$  зависит от перемещений конструкции на шаге  $t_{n-1}$ . В пределах одного временного шага, граничные условия передаются

только один раз. В сильно связанном подходе используется несколько глобальных итераций на временном шаге  $t_n$  и тем самым реализуется неявное сопряжение, обеспечивающее более сильную СВЯЗЬ между программными приложениями, реализующими взаимодействие газа/жидкости упругой конструкции. Приложения И выполняются параллельно и обмениваются между собой данными на каждой итерации до выполнения необходимых условий сходимости. Управление обменом данных в «сильно» и «слабо» связанном подходе обычно строится на основе архитектуры «клиент-сервер».

что в гидродинамическом приложении, Отметим, как правило, предполагается неподвижность границ. Между тем В задачах аэрогидроупругого взаимодействия изменение положения границ на каждом временном шаге в результате деформирования твердого тела реализуется с помощью подвижных сеток. Поэтому параллельная стратегия в процессе обмена данными между приложениями предполагает выполнение алгоритмов интерполяции давления и перемещений на несогласованных сетках.

Гидроупругое моделирование судового движителя с композитными лопастями носит междисциплинарный и многопараметрический характер и включает в себя ряд решаемых задач. Последовательность решения этих задач зависит от значений параметров, которые необходимо определить в процессе моделирования. На основании вышесказанного разработан интерактивный метод гидроупругого моделирования судового движителя с композитными лопастями, который представлен в виде укрупненной блокна рис. 2.1. В рамках предложенного интерактивного метода схемы разработчик систематически взаимодействует с системой приложений ориентированных на решение определенных классов задач. Эти приложения как инструменты моделирования используют монолитную или параллельную стратегии взаимодействия «жидкость-конструкция». решения задач Например, на этапе выбора рациональных составов и структур армирования

для прогнозирования параметров динамического отклика погруженной в воду диссипативной слоистой композитной конструкции применяется монолитная стратегия. Разработчик оценивает полученные результаты с точки зрения соответствия их предъявленным требованиям и использует полученные данные для решения в рамках параллельной стратегии гидроупругой задачи о расчете конструкции, находящейся в нестационарном потоке вязкой несжимаемой жидкости.



Рис. 2.1. Блок-схема интерактивного метода взаимодействия задач в процессе гидроупругого моделирования судового движителя с композитными лопастями

Программная реализация гидроупругих расчетов В рамках представленного интерактивного метода данном исследовании В осуществляется на основе использования модулей пакета прикладных ANSYS, который сертифицирован по зарубежным программ И отечественным стандартам (ISO 9000-3, ISO-9001, British standard BS 5750, Lloyd's Register's software certification, Госатомнадзора России, Морского Регистра России и др.).

### 2.2. Уравнения движения упругого тела

Рассматривается линейно упругое тело, занимающее область  $\Omega_s$  с границей Г в трехмерном пространстве  $R^3$ , связанное с некоторой неподвижной декартовой системой координат  $x_k$  (k = 1, 2, 3). Приложение переменного во времени t силового или температурного воздействия сопровождается изменением расстояний между отдельными точками упругого тела, определяемым вектором перемещений  $u_i = u_i(x_k, t)$  (i = 1, 2, 3). Предполагается, что перемещения и их градиенты малы:  $|u_i| <<1$ ,  $|u_{i,j}| <<1$ . Поэтому деформированное состояние в каждой точке упругого тела определяется тензором малых деформаций с составляющими

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}), \qquad (2.1)$$

где запятая означает дифференцирование по пространственной переменной, символ которой следует за запятой ( $\alpha_{j,k} \equiv \partial \alpha_j / \partial x_k$ ).

Тензор напряжений  $\sigma_{ii}$  связан с тензором деформаций  $\varepsilon_{ii}$  законом Гука

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \,, \tag{2.2}$$

где  $C_{ijkl}$  – тензор упругих постоянных.

Уравнения движения однородного упругого анизотропного тела записываются в виде

$$\sigma_{ii,i} + F_i = \rho \ddot{u}_i \quad (i = 1, 2, 3), \tag{2.3}$$

где  $F_i$  – плотность объемных сил,  $\rho$  – массовая плотность среды. Символ точка означает частную производную по времени ( $\dot{\alpha} \equiv \partial \alpha / \partial t$ ).

Граничные условия могут иметь смешанный характер, когда на одной части поверхности тела  $\Gamma_s$  заданы внешние поверхностные силы

$$\sigma_{ij}n_j = f_i, \quad x_k \in \Gamma_S, \tag{2.4}$$

а на другой части поверхности  $\Gamma_{s_0}$  заданы перемещения

$$u_i = U_i, \quad x_k \in \Gamma_{S_0}, \tag{2.5}$$

где  $f_i$  – плотность поверхностных сил,  $n_j$  – составляющие вектора единичной внешней нормали к поверхности тела.

Для полной постановки задачи динамической теории упругости приведенные выше уравнения следует дополнить начальными условиями:

$$u_i(x_k, 0) = U_i(0), \qquad \dot{u}_i(x_k, 0) = U_i(0), \qquad (2.6)$$

где  $U_i(0)$  и  $\dot{U}_i(0)$  – заданные функции пространственных переменных.

#### 2.3. Моделирование механических характеристик слоя композита

Исследование слоя композита предопределяет наличие различных масштабных уровней, что приводит к моделям различной сложности. Моделирование на микромеханическом уровне (масштаб волокон, частиц в слое композита) позволяет установить пути повышения характеристик композита на уровне слоя за счет изменения отношения длина/диаметр и ориентации волокон, расстояния между волокнами, характеристик волокон и матрицы. К настоящему времени разработано большое число микромоделей композитов, армированных прямыми волокнами, тканями, включениями цилиндрической, сферической И пластинчатой форм. Соотношения микромеханики основаны на идеализированных моделях, приближенно отражающих реальную структуру материала и часто не учитывающих не поддающиеся формальному описанию особенности, связанные С реализуемыми в конкретных условиях параметрами технологического процесса. В связи с этим соотношения микромеханики в основном предназначены для ориентировочных оценок и качественного анализа микроструктурных параметров свойства влияния на композитов, необходимых материаловедения, для решения задач связанных С модификацией свойств и разработкой новых материалов.

Наибольшее распространение получили модели, работающие на мезоскопическом уровне (масштаб – толщина слоя). При этом свойствами и геометрией волокон, частиц и т.д. пренебрегают. Вместо этого вводятся так

называемые эффективные характеристики слоя. Свойства слоя композита определяются при соответствующих испытаниях параллельно армированных образцов, изготовленных тем же технологическим методом, что и слои рассматриваемой конструкции [119]. В этом случае получаемые упругие, диссипативные и прочностные характеристики учитывают все технологические особенности изготовления материала.

### 2.3.1. Упругие характеристики

Соотношения (2.2), называемые обобщенным законом Гука для анизотропного упругого тела, содержат, вообще говоря, 21 независимую упругую постоянную [54-56, 119, 120].

Переходя к матрично-векторному представлению соотношений (2.2) введем векторы напряжений и деформаций, элементами которых являются составляющие соответствующих тензоров. Положим, что:

$$\sigma_{11} \equiv \sigma_1, \quad \sigma_{22} \equiv \sigma_2, \quad \sigma_{33} \equiv \sigma_3, \quad \sigma_{23} \equiv \sigma_4, \quad \sigma_{13} \equiv \sigma_5, \quad \sigma_{12} \equiv \sigma_6.$$
  
$$\varepsilon_{11} \equiv \varepsilon_1, \quad \varepsilon_{22} \equiv \varepsilon_2, \quad \varepsilon_{33} \equiv \varepsilon_3, \quad 2\varepsilon_{23} \equiv \varepsilon_4, \quad 2\varepsilon_{13} \equiv \varepsilon_5, \quad 2\varepsilon_{12} \equiv \varepsilon_6.$$

Тогда векторы  $\{\sigma\} = \{\sigma_1 \ \sigma_2 \ \sigma_3 \ \sigma_4 \ \sigma_5 \ \sigma_6\}^T$  и  $\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \varepsilon_3 \ \varepsilon_4 \ \varepsilon_5 \ \varepsilon_6\}^T$ служат изображениями тензоров напряжений и деформаций в шестимерных пространствах напряжений и деформаций.

В матрично-векторных обозначениях соотношения (2.2) записываются в виде

$$\begin{cases} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_{3} \\ \sigma_{4} \\ \sigma_{5} \\ \sigma_{6} \end{cases} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{3} \\ \varepsilon_{4} \\ \varepsilon_{5} \\ \varepsilon_{6} \end{bmatrix} .$$
(2.7)

Решая уравнения (2.7) относительно вектора деформаций, получим еще одну форму записи обобщенного закона Гука:

$$\begin{cases} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{3} \\ \varepsilon_{4} \\ \varepsilon_{5} \\ \varepsilon_{6} \end{cases} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{15} & S_{25} & S_{35} & S_{45} & S_{55} & S_{56} \\ S_{16} & S_{26} & S_{36} & S_{46} & S_{56} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_{3} \\ \sigma_{4} \\ \sigma_{5} \\ \sigma_{6} \end{bmatrix} .$$
(2.8)

Уравнения (2.7) и (2.8) представляют собой две эквивалентные формы записи обобщенного закона Гука. Элементы симметричных матриц жесткостей  $C_{ij}$  и податливостей  $S_{ij}$  (*i*, *j* = 1, 6) называются коэффициентами жесткости и коэффициентами податливости.

Случаи полной анизотропии на практике, как правило, не встречаются, поскольку каждый слой слоистого композита в связанной с его микроструктурой в естественной системе координат *123* обладает тремя плоскостями симметрии (ортотропный материал) (рис. 2.2). В этом случае обобщенный закон Гука записывается в виде





$$\begin{cases} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_{3} \\ \sigma_{4} \\ \sigma_{5} \\ \sigma_{6} \end{cases} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{3} \\ \varepsilon_{4} \\ \varepsilon_{5} \\ \varepsilon_{6} \end{bmatrix},$$
(2.9)

или

$$\begin{cases} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{3} \\ \varepsilon_{4} \\ \varepsilon_{5} \\ \varepsilon_{6} \end{cases} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{2} \\ \sigma_{3} \\ \sigma_{4} \\ \sigma_{5} \\ \sigma_{6} \end{bmatrix} .$$
(2.10)

Рис. 2.3. Слой композита в системе координат хуг

При переходе от естественной системы координат 123 к системе координат *хуz*, полученной путем поворота осей 1 и 2 на некоторый угол  $\theta$  относительно оси 3, совпадающей с осью z (рис. 2.3), соотношения (2.9), (2.10) преобразуются:

$$\begin{cases} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \sigma_{z} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} \overline{C}_{11} & \overline{C}_{12} & \overline{C}_{13} & 0 & 0 & \overline{C}_{16} \\ \overline{C}_{12} & \overline{C}_{22} & \overline{C}_{23} & 0 & 0 & \overline{C}_{26} \\ \overline{C}_{13} & \overline{C}_{23} & \overline{C}_{33} & 0 & 0 & \overline{C}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \overline{C}_{44} & \overline{C}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{C}_{45} & \overline{C}_{55} & 0 \\ \overline{C}_{16} & \overline{C}_{26} & \overline{C}_{36} & 0 & 0 & \overline{C}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{z} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix},$$
(2.11)

И

$$\begin{cases} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{z} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} \overline{S}_{11} & \overline{S}_{12} & \overline{S}_{13} & 0 & 0 & \overline{S}_{16} \\ \overline{S}_{12} & \overline{S}_{22} & \overline{S}_{23} & 0 & 0 & \overline{S}_{26} \\ \overline{S}_{13} & \overline{S}_{23} & \overline{S}_{33} & 0 & 0 & \overline{S}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \overline{S}_{44} & \overline{S}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{S}_{45} & \overline{S}_{55} & 0 \\ \overline{S}_{16} & \overline{S}_{26} & \overline{S}_{36} & 0 & 0 & \overline{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \sigma_{z} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix}.$$
(2.12)
При использовании технических упругих постоянных обобщенный закон Гука (2.12) принимает вид [119, 121]

$$\begin{cases} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{z} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{x}} & -\frac{V_{yx}}{E_{y}} & -\frac{V_{zx}}{E_{z}} & 0 & 0 & \frac{\mu_{x,xy}}{G_{xy}} \\ -\frac{V_{xy}}{E_{x}} & \frac{1}{E_{y}} & -\frac{V_{zy}}{E_{z}} & 0 & 0 & \frac{\mu_{y,xy}}{G_{xy}} \\ -\frac{V_{xz}}{E_{x}} & -\frac{V_{yz}}{E_{y}} & \frac{1}{E_{z}} & 0 & 0 & \frac{\mu_{z,xy}}{G_{xy}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & \frac{\eta_{yz,zx}}{G_{zx}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\eta_{zx,yz}}{G_{yz}} & \frac{1}{G_{zx}} & 0 \\ \frac{\mu_{xy,x}}{E_{x}} & \frac{\mu_{xy,y}}{E_{y}} & \frac{\mu_{xy,z}}{E_{z}} & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \sigma_{z} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} .$$

$$(2.13)$$

Здесь  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$  – модули упругости в направлениях осей x, y, zсистемы координат xyz;  $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$ ,  $G_{yz}$  – модули сдвига в плоскостях xy, xz, yz;  $v_{xy}, v_{yx}, v_{zz}, v_{zx}, v_{yz}, v_{zy}$  – коэффициенты Пуассона;  $\mu_{x,xy}, \ \mu_{y,xy}, \ \mu_{z,xy}$  – коэффициенты взаимного влияния первого рода;  $\mu_{xy,x}, \ \mu_{xy,y}, \ \mu_{xy,z}$  – коэффициенты взаимного влияния второго рода;  $\eta_{zx,yz}$ ,  $\eta_{yz,zx}$  – коэффициенты Ченцова. В каждой паре коэффициентов Пуассона, коэффициентов взаимного влияния первого и второго рода, коэффициентов Ченцова независимым только один является соответствующий коэффициент.

Из уравнений (2.11)–(2.13) следует, что слой композита в системе координат *хуг* классифицируется как моноклинный материал.

# 2.3.2. Диссипативные характеристики

В соответствии с принципом упруго-вязкоупругого соответствия физические соотношения для вязкоупругого слоя композита, совершающего

установившиеся квазигармонические колебания, получаются из уравнений (2.11)–(2.12) путем замены вещественных коэффициентов жесткости  $\overline{C}_{ij}$  и податливости  $\overline{S}_{ij}$  соответствующими комплексными функциями [88]:

$$\begin{cases} \sigma_{x}(t) \\ \sigma_{y}(t) \\ \sigma_{z}(t) \\ \sigma_{yz}(t) \\ \sigma_{xz}(t) \\ \sigma_{xy}(t) \end{cases} = \begin{bmatrix} \overline{C}_{11}^{*} & \overline{C}_{12}^{*} & \overline{C}_{13}^{*} & 0 & 0 & \overline{C}_{16}^{*} \\ \overline{C}_{12}^{*} & \overline{C}_{22}^{*} & \overline{C}_{23}^{*} & 0 & 0 & \overline{C}_{26}^{*} \\ \overline{C}_{13}^{*} & \overline{C}_{23}^{*} & \overline{C}_{33}^{*} & 0 & 0 & \overline{C}_{36}^{*} \\ 0 & 0 & 0 & \overline{C}_{44}^{*} & \overline{C}_{45}^{*} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{C}_{45}^{*} & \overline{C}_{55}^{*} & 0 \\ 0 & \overline{C}_{16}^{*} & \overline{C}_{26}^{*} & \overline{C}_{36}^{*} & 0 & 0 & \overline{C}_{66}^{*} \\ \end{array} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{z} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} e^{i\omega t},$$
(2.14)

И

$$\begin{cases} \mathcal{E}_{x}(t) \\ \mathcal{E}_{y}(t) \\ \mathcal{E}_{z}(t) \\ \mathcal{E}_{z}(t) \\ \mathcal{E}_{xz}(t) \\ \mathcal{E}_{xy}(t) \end{cases} = \begin{bmatrix} \overline{S}_{11}^{*} & \overline{S}_{12}^{*} & \overline{S}_{13}^{*} & 0 & 0 & \overline{S}_{16}^{*} \\ \overline{S}_{12}^{*} & \overline{S}_{22}^{*} & \overline{S}_{23}^{*} & 0 & 0 & \overline{S}_{26}^{*} \\ \overline{S}_{13}^{*} & \overline{S}_{23}^{*} & \overline{S}_{33}^{*} & 0 & 0 & \overline{S}_{36}^{*} \\ 0 & 0 & 0 & \overline{S}_{44}^{*} & \overline{S}_{45}^{*} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{S}_{45}^{*} & \overline{S}_{55}^{*} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{S}_{45}^{*} & \overline{S}_{55}^{*} & 0 \\ \overline{S}_{16}^{*} & \overline{S}_{26}^{*} & \overline{S}_{36}^{*} & 0 & 0 & \overline{S}_{66}^{*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \sigma_{z} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{cases} e^{i\omega t},$$
(2.15)

где  $\overline{C}_{ij}^* = \overline{C}_{ij}^*(f,T) = \operatorname{Re} \overline{C}_{ij}^*(f,T) + i \cdot \operatorname{Im} \overline{C}_{ij}^*(f,T)$  – комплексные коэффициенты жесткости;  $\overline{S}_{ij}^* = \overline{S}_{ij}^*(f,T) = \operatorname{Re} \overline{S}_{ij}^*(f,T) + i \cdot \operatorname{Im} \overline{S}_{ij}^*(f,T)$  – комплексные коэффициенты податливости, f – частота колебаний; T – температура окружающей среды.

Использование комплексных коэффициентов жесткости и комплексных коэффициентов податливости является не только удобным способом объединения упругих и диссипативных характеристик в одном выражении, но и совместно с принципом упруго-вязкоупругого соответствия позволяет разрабатывать математические модели прогнозирования диссипативных характеристик композитных конструкций.

Запишем соотношения (2.15) в виде:

$$\begin{cases} \varepsilon_{x}(t) \\ \varepsilon_{y}(t) \\ \varepsilon_{z}(t) \\ \varepsilon_{xz}(t) \\ \varepsilon_{xy}(t) \end{cases} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{x}^{*}} & -\frac{\nu_{yx}^{*}}{E_{y}^{*}} & -\frac{\nu_{zx}^{*}}{E_{z}^{*}} & 0 & 0 & \frac{\mu_{x,xy}^{*}}{G_{xy}^{*}} \\ -\frac{\nu_{xx}^{*}}{E_{x}^{*}} & \frac{1}{E_{y}^{*}} & -\frac{\nu_{zy}^{*}}{E_{z}^{*}} & 0 & 0 & \frac{\mu_{z,xy}^{*}}{G_{xy}^{*}} \\ -\frac{\nu_{xz}^{*}}{E_{x}^{*}} & -\frac{\nu_{yz}^{*}}{E_{y}^{*}} & \frac{1}{E_{z}^{*}} & 0 & 0 & \frac{\mu_{z,xy}^{*}}{G_{xy}^{*}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}^{*}} & \frac{\eta_{yz,zx}^{*}}{G_{zx}^{*}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\eta_{zx,yz}^{*}}{G_{yz}^{*}} & \frac{1}{G_{zx}^{*}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\eta_{zx,yz}^{*}}{G_{yz}^{*}} & \frac{1}{G_{zx}^{*}} & 0 \\ \frac{\mu_{xy,x}^{*}}{E_{x}^{*}} & \frac{\mu_{xy,y}^{*}}{E_{y}^{*}} & \frac{\mu_{xy,z}^{*}}{E_{z}^{*}} & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}^{*}} \end{bmatrix} e^{i\omega t}.$$

$$(2.16)$$

Здесь  $E_{\alpha}^{*} = E_{\alpha}^{*}(f,T) = \operatorname{Re} E_{\alpha}^{*}(f,T) + i \cdot \operatorname{Im} E_{\alpha}^{*}(f,T) = \operatorname{Re} E_{\alpha}^{*}(f,T)[1+i \cdot \eta_{\alpha}(f,T)]$ – комплексные модули упругости в направлениях осей  $\alpha = x, y, z;$   $G_{\alpha\beta}^{*} = G_{\alpha\beta}^{*}(f,T) = \operatorname{Re} G_{\alpha\beta}^{*}(f,T) + i \cdot \operatorname{Im} G_{\alpha\beta}^{*}(f,T) = \operatorname{Re} G_{\alpha\beta}^{*}(f,T)[1+i \cdot \eta_{\alpha\beta}(f,T)]$ – комплексные модули сдвига в плоскостях  $\alpha\beta = xy, xz, yz; v_{\alpha\beta}^{*}$  – комплексные коэффициенты Пуассона ( $\alpha, \beta = x, y, z$ );  $\mu_{\alpha,xy}^{*}$  – комплексные коэффициенты взаимного влияния первого рода ( $\alpha = x, y, z$ );  $\mu_{xy,\alpha}^{*}$  – комплексные коэффициенты взаимного влияния второго рода ( $\alpha = x, y, z$ );  $\eta_{xy,\alpha}^{*}$  – комплексные коэффициенты Иенцова.

Таким образом, для нахождения значений упруго-диссипативных характеристик вязкоупругого моноклинного слоя композита достаточно располагать совокупностью экспериментально определенных зависящих от частоты и температуры вещественных и мнимых частей комплексных функций модулей упругости  $E_i^* = E_i^*$  (*i* = 1, 2, 3), комплексных функций модулей сдвига  $G_{ij}^* = G_{ij}^*(f, T)$  (*i*, *j* = 1, 2, 3) и комплексных функций коэффициентов Пуассона  $v_{ij}^* = v_{ij}^*(f, T)$  (*i*, *j* = 1, 2, 3) вязкоупругого

ортотропного слоя композита. Известно, что повышение температуры до температуры стеклования полимерной матрицы  $T_{o}$ сопровождается коэффициента потерь повышением механических И понижением вещественной части комплексного модуля упругости композита [122]. В то же время частотная зависимость полимерных композитов до сих пор является дискуссионным вопросом. В подавляющем большинстве случаев контролируемых частот ограничен, и при фиксированной диапазон температуре вязкоупругие свойства матрицы можно считать постоянными. В частности, в работе [123] экспериментально показано, что при произвольной ориентации армирования диссипативные характеристики однонаправленного стеклопластика не зависят от частоты колебаний  $f \in [1,1000]$  Гц. Авторы работы [124], экспериментируя с образцами стеклопластика и углепластика в том же диапазоне частот, обнаружили очень слабую частотную зависимость коэффициента механических потерь. Поэтому далее при T = const  $(T < T_a)$ частотная зависимость упруго-диссипативных характеристик армированных слоев композитов считается пренебрежимо малой и при определении вещественных и мнимых частей элементов комплексных матриц жесткости и армированных слоев композита учитывается лишь податливости ИХ ориентация относительно глобальной системы координат xyz [125, 126]. Еще одно широко используемое упрощение обусловлено тем, что существующие экспериментального методы определения упруго-диссипативных характеристик вязкоупругого ортотропного слоя композита не позволяют определить мнимые части коэффициентов Пуассона. Поэтому в процессе численного моделирования коэффициенты Пуассона приходится полагать вещественной величиной [127-132].

### 2.3.3. Локальный критерий прочности

При феноменологическом описании прочности слоя композита критерий прочности должен быть инвариантен по отношению к выбору

системы координат и должен учитывать такие особенности анизотропных материалов как различие пределов прочности по разным направлениям при растяжении, сжатии и сдвиге. Разнообразие механизмов разрушения, обусловленное гетерогенной структурой композита, порождает различие пределов прочности при растяжении и сжатии по каждому направлению, а напряжений – зависимость направление (знак) касательных пределов сдвиге. Последнее свойство прочности при является существенной особенностью анизотропных материалов, неодинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию.

Наибольшее распространение получили описывающие гладкую предельную поверхность тензорно-полиномиальные критерии прочности (1.1). Эти критерии широко используются в стандартных пакетах программ, реализующих метод конечных элементов. Их применение удобно, т.к. они описывают предельную поверхность единым уравнением, что не требует серии условных операторов. Среди множества тензорно-полиномиальных критериев наибольшее распространение получил критерий прочности Цая-Ву [75]. Для случая объемного напряженного состояния ортотропного слоя композита критерий прочности Цая-Ву определяется уравнением

$$\{F_i\}^T\{\sigma\} + \{\sigma\}^T[F_{ij}]\{\sigma\} = 1, \qquad (2.17)$$

где

Параметры прочности  $F_i$  и  $F_{ij}$  находятся по формулам:

$$F_{1} = \frac{1}{\widehat{\sigma}_{11}^{(+)}} + \frac{1}{\widehat{\sigma}_{11}^{(-)}}, \qquad F_{2} = \frac{1}{\widehat{\sigma}_{22}^{(+)}} + \frac{1}{\widehat{\sigma}_{22}^{(-)}}, \qquad F_{3} = \frac{1}{\widehat{\sigma}_{33}^{(+)}} + \frac{1}{\widehat{\sigma}_{33}^{(-)}} + \frac{$$

$$\begin{split} F_{11} &= -\frac{1}{\hat{\sigma}_{11}^{(+)} \cdot \hat{\sigma}_{11}^{(-)}}, \qquad F_{22} = -\frac{1}{\hat{\sigma}_{22}^{(+)} \cdot \hat{\sigma}_{22}^{(-)}}, \qquad F_{33} = -\frac{1}{\hat{\sigma}_{33}^{(+)} \cdot \hat{\sigma}_{33}^{(-)}} \\ F_{12} &\approx -\frac{1}{2}\sqrt{F_{11} \cdot F_{22}}, \qquad F_{13} \approx -\frac{1}{2}\sqrt{F_{11} \cdot F_{33}}, \qquad F_{23} \approx -\frac{1}{2}\sqrt{F_{22} \cdot F_{33}}, \\ F_{44} &= \frac{1}{\hat{\sigma}_{23}^{2}}, \qquad F_{55} = \frac{1}{\hat{\sigma}_{13}^{2}}, \qquad F_{66} = \frac{1}{\hat{\sigma}_{12}^{2}}. \end{split}$$

Здесь  $\hat{\sigma}_{11}^{(+)}$ ,  $\hat{\sigma}_{22}^{(+)}$ ,  $\hat{\sigma}_{33}^{(+)}$  и  $\hat{\sigma}_{11}^{(-)}$ ,  $\hat{\sigma}_{22}^{(-)}$ ,  $\hat{\sigma}_{33}^{(-)}$  – пределы прочности при растяжении и сжатии в направлениях осей *1*, *2*, *3*;  $\hat{\sigma}_{12}$ ,  $\hat{\sigma}_{13}$ ,  $\hat{\sigma}_{23}$  – пределы прочности при сдвиге в плоскостях *12*, *13*, *23*.

Популярности критерия прочности Цая-Ву для прогнозирования разрушения композитов при различных условиях нагружения в значительной степени способствовал международный исследовательский проект «World Wide Failure Exercise» (WWFE). В рамках этого проекта участникам – авторам 19 теорий разрушения композитных материалов было предложено применить свои критерии для предсказания разрушения однонаправленных слоев композитов и слоистых композитных структур для 14 различных случаев нагружения, порождающих сложные напряженные состояния. Результаты, полученные по различным теориям разрушения, сравнивались между собой и с экспериментальными данными. На основе количественной оценки организаторами проекта были отобраны и рекомендованы для практического использования пять лучших критериев разрушения, в числе которых оказался и критерий Цая-Ву [76].

#### 2.4. Основные уравнения турбулентного течения

Наиболее распространенным формой движения сплошной жидкой/газообразной среды являются турбулентные течения. Турбулентные течения – это случайный процесс с широким спектром временных и пространственных масштабов пульсаций всех характеристик потока.

Характеристики турбулентного течения принято рассматривать в виде суммы средней и пульсационной составляющих потока  $\phi = \overline{\phi} + \phi'$ . Для

несжимаемой жидкости, применяя процедуру осреднения, справедливо равенство

$$\overline{\phi}(t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t}^{t+\Delta t} \phi(t) dt, \qquad (2.18)$$

где  $\Delta t$  - конечный период осреднения. Величина  $\Delta t$  достаточно велика по сравнению с временными масштабами всех турбулентных неоднородностей в рассматриваемом течении, но достаточно мала по сравнению с характерным временным масштабом, связанным с крупномасштабной нестационарностью. Такая крупномасштабная нестационарность может быть обусловлена меняющимся во времени внешним воздействием (например, движение гребного винта в неоднородном потоке за корпусом корабля или автоколебания крыла). Тогда моделирование несжимаемого турбулентного течения может быть выполнено в рамках решения нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (URANS):

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \\ \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \overline{\tau}_{ij} \right), \end{cases}$$
(2.19)

где  $\rho = \text{const} - \text{плотность}$  несжимаемой жидкости; p - статическое давление;  $u_i = u_i(x_k, t), \ u'_i = u'_i(x_k, t) - \text{средние}$  и пульсационные составляющие вектора скорости в неподвижной декартовой системе координат  $x_k$  (k = 1, 2, 3);  $\overline{\tau}_{ij}$  - элементы тензора турбулентных напряжений Рейнольдса, отражающие влияние турбулентности на осредненный поток.

Замыкание системы уравнений (2.19), включающей уравнения неразрывности и уравнения движения, осуществляется использованием модели турбулентности, основанной на гипотезе Буссинеска, которая для несжимаемой ньютоновской «турбулентной жидкости» предлагает линейную связь между тензором Рейнольдсовых напряжений и тензором скоростей деформаций *S*<sub>*ii*</sub>:

$$-\overline{\tau_{ij}} = v_T \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} = 2 v_T \cdot S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \qquad (2.20)$$

где  $V_T$  – кинематический коэффициент турбулентной вязкости,  $k = \overline{u'_i u'_i} / 2$  – кинетическая энергия турбулентности.

Тогда уравнения Рейнольдса могут быть представлены следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \\ \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\mu + \mu_T) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right), \end{cases}$$
(2.21)

где  $\mu$ ,  $\mu_T$  - динамические коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкости соответственно.

Граничные условия «прилипания» потока на стенке:

$$u = v = w = 0$$
 (2.22)

Входящие в уравнения (2.21) переменные  $u_i$ ,  $\mu_T$  являются функциями, как пространственных координат  $x_i$  (i = 1, 2, 3), так и времени t. Поэтому приведенные уравнения (2.21) следует дополнить начальными условиями:

$$u_i(x_k, 0) = U_i(0), \ \mu_T(x_k, 0) = T(0),$$
 (2.23)

где  $U_i(0)$  и T(0) – заданные функции пространственных переменных.

### 2.5. Модель турбулентности

В инженерных расчетах решение системы уравнений (2.21) достигается с помощью моделей турбулентности, использующих два уравнения переноса турбулентных характеристик. Среди них хорошо себя зарекомендовала SSTмодель Ментера [133]. Эта модель обеспечивает хорошее соответствие результатов расчета и эксперимента как вдали от твердых стенок, так и в пристеночной области, за счет объединения k- $\varepsilon$  и k- $\omega$  моделей (k - кинетическая энергия турбулентности,  $\varepsilon$  - скорость ее диссипации,  $\omega = \varepsilon / k$  - удельная диссипация) путем использования специально сконструированной для этого эмпирической функции.

Уравнения SST модели, имеют вид:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \frac{\partial k u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\mu + \mu_T \sigma_k) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \rho P_k - \beta^* \rho \omega k,$$

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho \frac{\partial \omega u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\mu + \mu_T \sigma_k) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + \gamma \frac{\rho}{\mu_T} P_k - \beta \rho \omega^2 + (1 - F_1) D_{k\omega},$$
(2.24)

где

$$P_{k} = \min(\mu_{t}S^{2}, 20\beta^{*}\rho k\omega), \quad S^{2} = 2S_{ij}S_{ij}, \quad (2.25)$$

$$D_{k\omega} = \frac{2\rho\sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \qquad (2.26)$$

$$\mu_T = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)}.$$
(2.27)

Ограничение (2.27) позволяет избежать характерного для k- $\varepsilon$  модели затягивания отрыва, а эмпирическая функция  $F_2$  определяется соотношением

$$F_2 = \text{th}(\arg_2^2), \qquad \arg_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{0,09\omega d_w}; \frac{500\mu}{\rho d_w^2\omega}\right), \qquad (2.28)$$

где,  $d_w$ - расстояние от рассматриваемой точки до ближайшей точки твердой поверхности.

Эмпирические постоянные модели определяются равенствами

$$\sigma_{k} = F_{1}\sigma_{k1} + (1 - F_{1})\sigma_{k2},$$
  

$$\sigma_{\omega} = F_{1}\sigma_{\omega 1} + (1 - F_{1})\sigma_{\omega 2},$$
  

$$\beta = F_{1}\beta_{1} + (1 - F_{1})\beta_{2},$$
  
(2.29)

где

$$F_{1} = \operatorname{th}(\operatorname{arg}_{1}^{4}), \quad \operatorname{arg}_{1} = \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0,09\omega d_{w}}; \frac{500\mu}{\rho d_{w}^{2}\omega}\right); \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{D_{\omega}^{4}d_{w}^{2}}\right].$$
(2.30)

Здесь  $D_{\omega}^{+} = \max(D_{k\omega}; 10^{-10})$ 

Индексы «1» и «2» в (2.29)-(2.30) относятся к константам k-є и k-ю моделей.

$$\beta^{*} = 0,09; \quad \alpha_{1} = 0,31; \quad k = 0,41; \quad \beta_{1} = 0,075; \quad \beta_{2} = 0,0828; \\ \sigma_{k1} = 0,85; \quad \sigma_{k2} = 1,0; \quad \sigma_{\omega 1} = 0,5; \quad \sigma_{\omega 2} = 0,856; \quad \gamma = \frac{\beta}{\beta^{*}} - \frac{\sigma_{\omega}k^{2}}{\sqrt{\beta^{*}}}.$$
(2.31)

Следует отметить, что SST модель хорошо зарекомендовала себя в расчётах течений с небольшой зоной отрыва. Уравнения (2.21) совместно с SST моделью турбулентности (2.24) могут быть решены с помощью коммерческого пакета прикладных программ ANSYS Fluent, с учетом влияния вращения системы на турбулентное течение около гребного винта [134].

## 2.6. Уравнения аэрогидроупругого взаимодействия

Естественно, что наличие двух стратегий решения задач взаимодействия «жидкость-конструкция» (монолитная и параллельная) предполагают некоторые различия в механизмах реализации граничных условий на контактной поверхности взаимодействия газа/жидкости и упругой конструкции. Поэтому рассмотрим общую постановку связанной задачи (рис. 2.4).

Пусть  $\Omega_s$  – область, занимаемая конструкцией с границей раздела «жидкость-конструкция»  $\Gamma = \Gamma_{s_0} \cup \Gamma_s$ , где  $\Gamma_s$  – часть границы, на которой заданы поверхностные силы,  $\Gamma_{s_0}$  – часть границы, на которой заданы перемещения,  $\mathbf{n}_s$  – нормаль к  $\Gamma$ ,  $\mathbf{u}_s$  – вектор перемещений конструкции,  $\rho_s$  – плотность материала конструкции.

Область  $\Omega_s$  находится внутри заполненной жидкостью области  $\Omega_F$  с границами  $\Gamma_1 = \Gamma_{F_o} \cup \Gamma_{F_s} \cup \Gamma_F$ , где  $\Gamma_F, \Gamma_{F_s}$  – части границы, на которых приложены нормальные градиенты давления,  $\Gamma_{F_o}$  – граница, на которой приложено давление, а  $\Gamma = \Gamma_F \cup \Gamma_{F_s}$  – граница раздела «жидкость-конструкция»,  $\mathbf{n}_F$  – нормаль к  $\Gamma_1$ , p - давление жидкости, а  $\rho_F$  - плотность жидкости,  $\mathbf{u}_F$  – вектор перемещений частиц жидкости.



Рис. 2.4. Общее представление задачи взаимодействия «жидкостьконструкция»

В параллельной стратегии аэрогидроупругого моделирования системы уравнений аэрогидродинамики (2.21) и динамической теории упругости (2.3) решаются раздельно путем использования специализированных параллельно работающих приложений CSD и CFD со своими граничными условиями (2.4), (2.5), (2.22) и начальными условиями (2.6), (2.23). Для получения согласованного решения на границе Г в обоих приложениях должны выполняться следующие условия:

$$\sigma_{ij}(x_k,t)n_j = p(x_k,t), \quad x_k \in \Gamma$$
(2.32)

$$n_i u_F(x_k, t) = n_i u_S(x_k, t), \quad x_k \in \Gamma$$
(2.33)

Уравнения (2.32), (2.33) определяют в каждый момент времени tнормальные напряжения в точках конструкции  $\sigma_{ij}(x_k,t)n_j$  и нормальные перемещения частиц жидкости  $n_i u_F(x_k,t)$  на границе Г. В данной работе в рамках параллельной стратегии рассматривается слабо связанная задача. Поэтому полученные перемещения определят положение границы Г в приложении CFD на следующем временном шаге  $t + \Delta t$  для уточнения распределения поля давления  $p(t + \Delta t)$  и для определения нового деформированного состояния  $u_i(t + \Delta t)$  твердого тела в приложении CSD. Таким образом, изменение положения границы Г в приложении CSD получается за счет изменения p(t) в процессе решения в приложении CFD. Механизм изменения положения границы Г в приложении CFD. Механизм изменения положения границы Г в приложении CFD использует алгоритмы подвижных сеток. Обмен полями давления p(t) и перемещений  $u_i(t)$  на границе Г на каждом временном шаге осуществляется специальным приложение ANSYS Coupling [135].

В монолитной стратегии вводится предположение, что деформируемое тело погружено в покоящуюся невязкую безвихревую жидкость. В этом случае система уравнений (2.21) для области  $\Omega_F$  упрощается до уравнений Эйлера:

$$\nabla p_F = \rho_F \frac{\partial v}{\partial t} \tag{2.34}$$

Учитывая, что  $p_F = -B\varepsilon_v = -B$ div u (*B* – объемный модуль сжатия жидкости,  $\varepsilon_v$  – объемная упругая деформация) из (2.34) получаем волновое уравнение:

$$\nabla^2 p_F = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p_F}{\partial t^2}$$
(2.35)

где  $p_F$  - давление в жидкости,  $c = \sqrt{\frac{B}{\rho_F}}$  - скорость звука в жидкости,

t - время и  $\nabla^2$  - оператор Лапласа

Уравнение (2.35) описывает распространение волн давления в жидкости. При гармоническом законе изменения давления от времени  $p_F(x_i,t) = p_F(x_i)e^{i\omega t}$  уравнение (2.35) сводится к уравнению Гельмгольца:

$$\Delta p_F + k^2 p_F = 0 \tag{2.36}$$

где  $k = \omega/c$  - волновое число, которое описывает взаимосвязь между  $\omega = 2\pi f$  - круговой частотой гармонической вибрации и *c* - скоростью звука.

Таким образом, монолитная стратегия моделирования взаимодействия «жидкость-конструкция» основана на совместном решении систем уравнений (2.3) и (2.36) с граничными условиями (2.32), (2.33), дополненными уравнениями:

$$p_F(x_k,t) = 0, \qquad x_k \in \Gamma_{Fo} \tag{2.37}$$

$$u_{s}(x_{k},t) = 0, \qquad x_{k} \in \Gamma_{so}$$

$$(2.38)$$

Определяя давление жидкости *p<sub>F</sub>* через значения давлений в узлах *p* и линейную функцию формы элемента *N*, записываем:

$$\{P_F\} = \{N\}^T \{p\}$$

$$(2.39)$$

Уравнение (2.36) на границе Г может быть записано в матричновекторной форме:

$$[M_{F}]\{\ddot{p}\}+[K_{F}]\{p\}=\{F_{SF}\}$$
(2.40)

где  $[M_F]$ - матрица масс жидкости;  $[K_F]$ - матрица жесткости жидкости;  $\{F_{SF}\}$ - вектор сил жидкости, вызванных перемещений конструкции на границе Г.

Уравнение (2.3) на границе Г в матрично-векторной форме имеет вид:

$$[M_{s}]\{\ddot{u}\}+[C_{s}]\{\dot{u}\}+[K_{s}]\{u\}=\{F_{s}\}+\{F_{FS}\}$$
(2.41)

где  $[M_s]$ - матрица масс конструкции;  $[C_s]$ - матрица демпфирования конструкции;  $[K_s]$ - матрица жесткости жидкости;  $\{F_{sF}\}$ - вектор давления жидкости, оказываемый на конструкцию на поверхности Г.  $\{F_s\}$ - вектор объемных сил в конструкции. Демпфирование конструкции определяется матрицей демпфирования:

$$[C_{S}] = \alpha [M_{S}] + \beta [K_{S}] + \sum_{m=1}^{N_{m}} [C_{m}], \qquad (2.42)$$

где  $\alpha$ -коэффициент матрицы масс,  $\beta$ -коэффициент матрицы жесткости,  $C_m$ матрица демпфирования для m-zo материала,  $N_m$ -число материалов с заданным демпфированием. В данной работе  $\alpha = 0$  и  $\beta = 0$ , то есть демпфирование конструкции  $[C_s]$  в данной работе определяется внутренним трением в материалах.

Вектор  $\{F_{FS}\}$  определяется интегралом давления на границе Г:

$$\left\{F_{FS}\right\} = \int_{\Gamma} \left\{N'\right\} p \vec{n} dA \tag{2.43}$$

где  $\{N'\}$  функция формы конечного элемента, используемая для компонентов перемещения u, v и w. Подставляя функцию аппроксимации давления в конечном элементе, определяемую уравнением (2.39) в (2.43) получим:

$$\{F_{FS}\} = \int_{\Gamma} \{N'\} \{N\}^{T} \{n\} dA\{p\}$$
(2.44)

Вводя матрицу взаимодействия  $[R] = \int_{\Gamma} \{N'\}\{N\}^T \{n\} dA$ , получаем:

$$\left\{F_{FS}\right\} = \left[R\right]\left\{p\right\} \tag{2.45}$$

$$\left\{F_{SF}\right\} = -\rho_F \left[R\right]^T \left\{\ddot{u}\right\}$$
(2.46)

Подставляя уравнения (2.45) и (2.46) в уравнения (2.40) и (2.41) получаем связанную систему уравнений движения, учитывающее взаимодействие «жидкость-конструкция»:

$$\begin{bmatrix} [M_s] & 0\\ \rho_F[R]^T & [M_F] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}\\ \ddot{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_s] & 0\\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}\\ \dot{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_s] & -[R]\\ 0 & [K_F] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u\\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_s\\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.47)$$

Решение уравнения (2.47) в приложении CSD возможно, если элементы КЭ-модели на границе раздела жидкости и твердого тела будут иметь степени свободы, как перемещений, так и давления. Такие конечные элементы реализованы в пакете прикладных программ ANSYS [135]. Тем не менее, решение несимметричной системы уравнений (2.47) требует значительных вычислительных ресурсов.

Предполагая гармонический характер колебаний, запишем:

$$p = \dot{u}_F = i\omega u_F \tag{2.48}$$

Подставляя (2.48) в (2.40) и (2.41) получим линейную систему уравнений в перемещениях в симметричной формулировке:

$$\begin{pmatrix} -\omega^2 \begin{bmatrix} [M_s] & 0 \\ 0 & -\frac{[M_F]}{\rho_F} \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} [C_s] & -[R] \\ -[R]^T & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_s] & 0 \\ 0 & -\frac{[K_F]}{\rho_F} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \{u\} \\ \{u_F\} \end{pmatrix} = \begin{cases} \{F_s\} \\ 0 \end{cases}.$$
(2.49)

Видно, что помимо внутреннего трения в материалах конструкции за счет  $[C_s]$  появляется дополнительное демпфирование, обусловленное матрицей взаимодействия [R]. Этот вид демпфирования относят на счет так называемого гидродинамического демпфирования [136].

Заметим, что гидродинамическое демпфирование возникает из-за колебаний лопасти, так как возникает дополнительная переменная гидродинамическая сила, которая изменяется с частотой колебаний, но в противофазе. С энергетической точки зрения эта сила совершает отрицательную работу, уменьшая механическую энергию колебаний лопасти. Из природы гидродинамического демпфирования следует, что его величина:

- Зависит от геометрии лопасти, формы колебаний, плотности жидкости;
- Растет с увеличением амплитуды колебаний;
- Возростает по мере увеличения длины и деформативности лопастей.

# 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ АЭРОУПРУГОСТИ КОМПОЗИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Апробация интерактивного метода моделирования аэрогидроупругости композитных конструкций выполнялась в два этапа. На первом этапе в рамках параллельной стратегии решения рассматривалась более простая задача моделирования взаимодействия упругой конструкции с набегающим потоком газа, не требующая учета присоединенных масс.

### 3.1. Прямоугольная консольная пластина

## 3.1.1. Постановка задачи

Исследована симметричная консольная композитная пластина  $(l = 0,305 \text{ m}; c = 7,62 \cdot 10^{-2} \text{ m}),$  обтекаемая турбулентным потоком несжимаемого газа (рис. 3.1) [137].



Рис. 3.1. Консольная композитная пластина в набегающем потоке газа

Пластина образована шестью различно ориентированными относительно оси *z* слоями однонаправленного углепластика

Hercules AS/3501-6 ( $E_1 = 98$  ГПа,  $E_2 = 7,8$  ГПа,  $G_{12} = G_{13} = 5,6$  ГПа,  $G_{23} = 4,0$  ГПа,  $v_{12} = 0,28$ ,  $\rho = 1520$  кг/м<sup>3</sup>,  $h_{ply} = 1,34 \cdot 10^{-4}$  м). Исследовано пять структур армирования:  $[0_2^0 / 90^0]_s$ ,  $[+30_2^0 / 0^0]_s$ ,  $[-30_2^0 / 0^0]_s$ ,  $[+45_2^0 / 0^0]_s$ ,  $[-45_2^0 / 0^0]_s$ .

Предварительное задание структуры армирования слоистой пластины, выполнялось в модуле ANSYS Composite PrePost, которое поступало в модуль ANSYS Mechanical на этапе формирования входного файла, где осуществлялся расчет динамического отклика консольной пластины в В **ANSYS** Fluent геометрически нелинейной постановке. модуле нестационарный турбулентный моделировался трехмерный поток несжимаемого газа, обтекающий консольную композитную пластину, ориентированную под начальным углом атаки  $\alpha_0$ . Полученное распределение поля давления на поверхностях пластины поступало в модуль ANSYS Mechanical. Процесс обмена полями давления полями И перемещений между модулями Fluent и Mechanical синхронизировался в службе управления ANSYS Coupling путем реализации слабо связанного алгоритма (п.2.1).

Расчетная аэродинамическая область представляла собой параллелепипед  $0,476 \times 0,415 \times 0,305$  м, одна из граней которого совмещена с плоскостью защемления консольной пластины. Считалось, что скорость набегающего потока V постоянна и равномерно распределена по входящей поверхности расчетной области. На выходящей поверхности расчетной области задавались свободные граничные условия; на боковых поверхностях использовались условия симметрии; на поверхностях композитной пластины использовались условия прилипания воздушного потока.

В процессе деформирования пластины на каждом временном шаге в модуле Fluent осуществляется деформация расчетной сетки в области обтекающего пластину газа. В начальный момент сетка имеет однородную структуру. С течением времени число узлов не меняется, а изменяются их координаты, следующие за деформацией пластины. Это приводит к

уплотнению сетки с одной стороны и растяжению сетки с другой. Поэтому для улучшения процесса сходимости при перестроении деформированной сетки применялась процедура сглаживания конечно-элементной сетки, предусмотренная в модуле Fluent.

Экспериментальные исследования параметров динамического отклика рассматриваемых консольных пластин: значений собственных частот низших тонов колебаний, критических скоростей дивергенции и флаттера для широкого диапазона начальных углов атаки  $\alpha_0$  выполнены независимыми авторами и опубликованы в [138, 139].

#### 3.1.2. Численный эксперимент

В процессе численного моделирования динамики взаимодействия консольной композитной пластины с набегающим потоком несжимаемого газа в рамках параллельной стратегии определялись величины собственных частот, критических скоростей флаттера и дивергенции.

Отметим, что из пяти рассматриваемых пластин только одна  $[0_2^0/90^0]_s$ является ортотропной, т.к. для нее можно указать три плоскости упругой симметрии, компланарные координатным плоскостям xy, xz, yz. У четырех оставшихся пластин  $[+30_2^0/0^0]_s$ ,  $[-30_2^0/0^0]_s$ ,  $[+45_2^0/0^0]_s$ ,  $[-45_2^0/0^0]_s$ существует единственная плоскость упругой симметрии xz, следовательно, они классифицируются как моноклинные структуры.

Из различия классов упругой симметрии вытекает существенное следствие – в композитных конструкциях с моноклинной структурой армирования возникает взаимодействие между нормальными и касательными напряжениями и деформациями, которое исчезает в ортотропных структурах [119]. Поэтому для пластин  $[+30_2^0/0^0]_s$ ,  $[-30_2^0/0^0]_s$ ,  $[+45_2^0/0^0]_s$ ,  $[-45_2^0/0^0]_s$ , приложение изгибающего момента порождает как изгиб, так и

кручение, а приложение крутящего момента помимо закручивания сопровождается изгибом.

Указанное явление проявляется и при исследовании собственных колебаний конструкций. Так, если для ортотропной пластины  $[0_2^0/90^0]_s$  спектры собственных изгибных и крутильных колебаний не взаимодействуют и разделены, то в случае моноклинных структур они взаимодействуют. Это взаимодействие влечет за собой искажение форм собственных колебаний и изменение собственных частот. Как правило, формы связанных колебаний можно характеризовать как квазиизгибные (со слабо выраженными крутильными деформациями) или как квазикрутильные (со слабо выраженными изгибными деформациями).

Расчетные значения собственных частот трех низших тонов колебаний консольных композитных пластин  $f_i$  (i=1,2,3) находились путем решения задачи на собственные значения в модуле ANSYS Modal. Идентификация мод колебаний производилась по виду собственных форм. Оценка достоверности расчетных значений  $f_i$  проводилась путем их сравнения с экспериментальными значениями собственных частот  $f_i^{exp}$  [138, 139]. Значения расчетных и экспериментальных собственных частот и величины их расхождения  $R_f = (f_i/f_i^{exp} - 1) \cdot 100\%$  приведены в табл. 3.1.

Анализ результатов, приведенных в табл. 3.1, позволяет заключить, что наилучшее соответствие между расчетными  $f_i$  и экспериментальными  $f_i^{exp}$  значениями собственных частот достигнуто для ортотропной пластины  $[0_2^0/90^0]_s$  т. к. величина расхождения  $R_f$  не превышает 6,2 %. Несколько худшее согласование собственных частот моноклинных пластин  $[+30_2^0/0^0]_s$ ,  $[-30_2^0/0^0]_s$ ,  $[+45_2^0/0^0]_s$ ,  $[-45_2^0/0^0]_s$  связано с неточностью ориентации армирующих слоев, на которую обратили внимание авторы работы [139].

Оценка достоверности параллельной стратегии решения сопряженной динамической задачи осуществлялась на основе сравнения расчетных и экспериментальных зависимостей критических скоростей флаттера и дивергенции от структуры армирования и начального угла атаки  $\alpha_0$  при При обтекании консольной пластины. ЭТОМ В качестве критерия динамической потери устойчивости, т.е. достижения критической скорости флаттера, принималось условие поддержания установившихся изгибнокрутильных колебаний пластины с постоянно возрастающей амплитудой по завершении этапа начального переходного процесса.

Таблица 3.1. Сопоставление экспериментальных и расчетных значений собственных частот низших тонов колебаний консольных пластин из углепластика Hercules AS / 3501-6

Структура армирования	№ тона колебаний	Значения           собственных           частот, Гц $f_i^{exp}$ $f_i$		<i>R</i> <sub>f</sub> %	Мода колебаний
$[0_2^0 / 90^0]_s$	1	11,1	11,4	+ 2,70	первая изгибная
	2	69,0	70,4	+ 2,03	вторая изгибная
	3	42,0	39,4	- 6,19	первая крутильная
$[+30_{2}^{0} / 0^{0}]_{s}$ $[-30_{2}^{0} / 0^{0}]_{s}$	1	6,0	7,3	+ 21,67	первая квазиизгибная
	2	36,1	39,2	+ 8,59	вторая квазиизгибная
	3	58,4	57,5	- 2,05	первая квазикрутильная
$[+45_{2}^{0}/0^{0}]_{s}$ $[-45_{2}^{0}/0^{0}]_{s}$	1	4,8	6,0	+ 25,00	первая квазиизгибная
	2	30,1	32,5	+ 7,97	вторая квазиизгибная
	3	51,1	49,8	- 2,05	первая квазикрутильная

Величина критической скорости дивергенции находилась по зависимостям  $V_{div} = V_{div}(\alpha)$  путем определения скорости набегающего потока газа V, соответствующей началу процесса лавинообразного приращения угла атаки  $\alpha$ .



Рис. 3.2. Зависимости а) критической скорости дивергенции  $V_{div}$  и б) расхождения расчетных и экспериментальных величин критической скорости дивергенции  $R_d$  от начального угла атаки  $\alpha_0$  композитной

пластины 
$$[-30_2^0 / 0^0]_s$$

В данном исследовании дивергенция наблюдалось для моноклинных пластин  $([-30_2^0/0^0]_s \ u \ [-45_2^0/0^0]_s)$ . Зависимости критической скорости дивергенции от начального угла атаки  $\alpha_0$  для этих пластин приведены на рис. 3.2a, рис. 3.3a. Сплошными линиями представлены расчетные зависимости  $V_{div} = V_{div}(\alpha_0)$ , точками – экспериментальные зависимости  $V_{div}^{exp} = V_{div}^{exp}(\alpha_0)$ . На рис. 3.26, рис. 3.36 приведены оценки расхождения экспериментальных и расчетных величин критической скорости дивергенции  $R_d = (V_{div}/V_{div}^{exp} - 1) \cdot 100\%$  как функции аргумента  $\alpha_0$ . Сплошными линиями представлены аппроксимирующие зависимости  $R_d = R_d(\alpha_0)$  (для пластины  $[-30_2^0/0^0]_s$   $R_d(\alpha_0) = 1,5528\alpha_0^2 - 1,1429\alpha_0 + 16$ ; для пластины  $[-45_2^0/0^0]_s$   $R_d(\alpha_0) = 1,011\alpha_0^2 - 0,127\alpha_0 + 23,667$ ), точками – фактические расхождения с экспериментальными данными.





пластины 
$$[-45_2^0/0^0]_s$$

При малых значениях начального угла атаки  $\alpha_0$  критическая скорость дивергенции изменяется незначительно, в то время как при  $\alpha_0 \ge 4^0$  критическая скорость дивергенции быстро снижается. Указанная тенденция качественно просматривается как по результатам эксперимента, так и по результатам вычислений.

Расхождение экспериментальных и расчетных величин критической скорости дивергенции  $R_d$  возрастает по мере увеличения начального угла атаки  $\alpha_0$  и становится существенным при  $\alpha_0 > 4^0$ . Это связано с появлением

дополнительного угла закручивания в процессе изгиба моноклинной пластины.

Для пластин  $[-30_2^0 / 0^0]_s$  и  $[-45_2^0 / 0^0]_s$  направление дополнительного совпадает с направлением закручивания классического угла угла закручивания. Суммирование этих углов порождает увеличение угла атаки, приводящее к отрыву пограничного слоя на верхней поверхности пластины. Поскольку следующая за изгибно-крутильной деформацией пластины деформация сетки в потоке существенна и отличается от оптимальной начальной плотности узлов, то это влияет на точность отслеживания возможных изменений в условиях аэродинамического обтекания. Поэтому происходит снижение точности определения распределения нагрузки и, следовательно, увеличение расхождения экспериментальных и расчетных данных  $R_d$ . Данное утверждение подтверждается удовлетворительным согласованием расчетных и экспериментальных величин критической скорости дивергенции при  $\alpha_0 \le 4^0$  (рис. 3.2, рис. 3.3).

Для пластин структур армирования  $[0_{2}^{0}/90^{0}]_{s} [+30_{2}^{0}/0^{0}]_{s}$  и  $[+45_{2}^{0}/0^{0}]_{s}$ флаттер возникает раньше дивергенции. Зависимости критической скорости флаттера от начального угла атаки  $\alpha_{0}$  для этих пластин приведены на рис. 3.4a, рис. 3.5a, рис. 3.6a. Как и ранее, сплошными линиями представлены расчетные зависимости  $V_{ff} = V_{ff}(\alpha_{0})$ , а точками – экспериментальные зависимости  $V_{ff}^{exp} = V_{ff}^{exp}(\alpha_{0})$ . На рис. 3.46, рис. 3.56, рис. 3.66 приведены расхождения экспериментальных и расчетных величин критической скорости флаттера  $R_{ff} = (V_{ff}/V_{ff}^{exp} - 1) \cdot 100\%$  как функции аргумента  $\alpha_{0}$ . Сплошными линиями представлены аппроксимирующие зависимости  $R_{ff} = R_{ff}(\alpha_{0})$  для пластин  $[0_{2}^{0}/90^{0}]_{s} = [+30_{2}^{0}/0^{0}]_{s} = [+45_{2}^{0}/0^{0}]_{s}$ , а точками – фактические расхождения с экспериментальными данными.



Рис. 3.4. Зависимости а) критической скорости флаттера  $V_{fl}$  и б) расхождения расчетных и экспериментальных величин критической скорости флаттера  $R_{fl}$ 



Рис. 3.5. Зависимости а) критической скорости флаттера  $V_{fl}$  и б) расхождения расчетных и экспериментальных величин критической скорости флаттера  $R_{fl}$  от начального угла атаки  $\alpha_0$  композитной пластины  $[+30_2^0 / 0^0]_s$ 



Рис. 3.6. Зависимости а) критической скорости флаттера  $V_{fl}$  и б) расхождения расчетных и экспериментальных величин критической скорости флаттера  $R_{fl}$  от начального угла атаки  $\alpha_0$  композитной пластины  $[+45_2^0/0^0]_s$ 

Наилучшее согласование расчетных и экспериментальных величин критической скорости флаттера V<sub>fl</sub> получено для ортотропной пластины ([0<sup>0</sup><sub>2</sub>/90<sup>0</sup>]<sub>s</sub>) (рис. 3.4). Одновременно отметим, что для этой конструкции наблюдается более высокая чувствительность критической скорости флаттера  $V_{\rm fl}$  к величине начального угла атаки  $\alpha_{\rm 0}$ , чем у пластин  $[+30_{2}^{0}/0^{0}]_{s}$ ,  $[+45_{2}^{0}/0^{0}]_{s}$  (рис. 3.5, рис. 3.6). Эта чувствительность обусловлена пониженной крутильной жесткостью ортотропной структуры по отношению к крутильным жесткостям моноклинных структур (см. табл. 3.1). Следовательно, увеличение начального угла атаки в диапазоне  $\alpha_0 \in [0^0, 10^0]$ ведет к более быстрому росту подъемной силы и, соответственно, более быстрому увеличению угла закручивания пластины. Поэтому автоколебания пластины  $[0_2^0 / 90^0]_s$  возникают при скорости набегающего потока  $V_{fl}$ меньшей, чем критическая скорость флаттера для моноклинных пластин. При  $\alpha_0 > 10^0$  скорость приращения подъемной силы убывает, т. к. начинается процесс отрыва пограничного слоя, а критическая скорость флаттера стабилизируется.

Величина расхождения расчетных и экспериментальных величин критической скорости флаттера ортотропной пластины  $R_{f}$  увеличивается с ростом  $\alpha_0$ , однако это расхождение ниже, чем в рассмотренных ранее случаях дивергенции. Последнее связано с тем, что при флаттере пластина совершает изгибно-крутильные колебания, угол атаки/закручивания непрерывно изменяется, то увеличиваясь, то понижаясь и, следовательно, время обтекания пластины потоком при больших углах атаки будет небольшим, периодическим.

моноклинных пластин  $[+30_2^0/0^0]_s$ ,  $[+45_2^0/0^0]_s$  значения Для скоростей  $V_{fl}$  на отрезках  $\alpha_0 \in [0^0, 10^0], \alpha_0 \in [0^0, 8^0]$ критических соответственно остаются практически неизменными, а затем начинают убывать (рис. 3.5, рис. 3.6). Полученный результат объясняется тем, что в процессе изгибно-крутильного деформирования аэродинамическими силами в моноклинных пластинах  $[+30_2^0/0^0]_s$ ,  $[+45_2^0/0^0]_s$  помимо классического угла закручивания при изгибе возникает дополнительный угол закручивания, порождаемый изгибно-крутильной связанностью В углепластике Hercules AS / 3501-6. Направление дополнительного угла закручивания в этом случае противоположно направлению классического угла закручивания, влияние эффекта изгибно-крутильной связанности в т.е. материале конструкции приводит к снижению угла закручивания пластин на каждом цикле нагружения и, как следствие – к повышению критической скорости флаттера.

Величины расхождений расчетных и экспериментальных значений критической скорости флаттера  $R_{fl}$  остаются стабильно удовлетворительными при  $\alpha_0 \in [0^0, 10^0]$  для пластины  $[+30_2^0/0^0]_s$  и при

 $\alpha_0 \in [0^0, 8^0]$  для пластины  $[+45_2^0/0^0]_s$ . Дальнейшее увеличение начального угла атаки  $\alpha_0$  приводит к отрыву пограничного слоя от поверхности пластины. Этот отрыв не учитывается с необходимой точностью при определении характеристик потока в процессе искажения конечно-элементной сетки, следующим за деформацией пластины. Отмеченное и объясняет существенное падение точности прогнозирования  $V_{fl}$  при  $\alpha_0 > 10^0$  для пластины  $[+30_2^0/0^0]_s$  и при  $\alpha_0 > 8^0$  для пластины  $[+45_2^0/0^0]_s$ .

Необходимо особо отметить, что как в случае дивергенции, так и в случае флаттера, значения критических скоростей, полученные из эксперимента, были всегда ниже соответствующих расчетных величин. Минимальное расхождение  $R_{fl}$  получено для критической скорости флаттера ортотропной пластины  $[0_2^0/90^0]_s$ . Для моноклинных пластин  $[+30_2^0/0^0]_s$ ,  $[-30_2^0/0^0]_s$ ,  $[+45_2^0/0^0]_s$ ,  $[-45_2^0/0^0]_s$  величины  $R_d$  и  $R_f$  были существенно выше. Данный результат объясняется неточностью ориентации армирующих слоев в процессе изготовления экспериментальных образцов, отмеченной в работе [139]. Это также подтверждается величинами расхождений между расчетными  $f_i$  и экспериментальными  $f_i^{exp}$  значениями собственных частот  $R_f$ , приведенными в табл. 3.1.

Обобщая результаты выполненных исследований можно утверждать, что сформулированная в п. 2.6 математическая модель параллельной стратегии решения сопряженных динамических задач аэроупругости позволяет с достаточной для практики точностью прогнозировать величины критических скоростей флаттера и дивергенции, обтекаемых потоком газа композитных конструкций при небольших начальных углах атаки ( $\alpha_0 \leq 4^0$ ).

#### 3.2. Адаптивное композитное крыло

результаты Полученные В п. 3.1 свидетельствуют 0 TOM, ЧТО свойственная моноклинным композитным структурам связанность нормальных и сдвиговых деформаций и напряжений, по существу, представляет собой пассивную обратную связь, открывающую перспективы создания адаптивных конструкций [140]. Одной из таких конструкций крыло, работающее турбулентном является композитное В потоке несжимаемого газа.

В настоящее время аэроупругая реакция изотропного крыла детально изучена [141-146]. В первом приближении крыло рассматривается как тонкостенный стержень замкнутого профиля, упругая ось которого не совпадает с линией центров масс. Поэтому его колебания всегда будут связанными изгибно-крутильными [146]. При обтекании такой конструкции потоком газа возникают динамические силы, возбуждающие ее колебания. Если скорость обтекания мала, то колебания демпфируются. Однако, после достижения определенной скорости потока, динамические силы могут приводить к отрицательному затуханию, следствием которого является возникновение интенсивных изгибно-крутильных автоколебаний (флаттера). Изгибно-крутильное движение крыла, возникающее за счет сил инерции, называется инерционным взаимодействием. Если линия центров масс крыла совпадает с его упругой осью, то инерционное взаимодействие исчезает. Так как в большинстве случаев чисто изгибные и чисто крутильные колебания крыльев устойчивы, то ясно, что эффективным способом предотвращения флаттера подавление инерционного изгибно-крутильного является взаимодействия. При создании крыльев из легких сплавов для подавления инерционной связанности наибольшее распространение получил усложняющий конструкцию способ массовой балансировки [146]. Более перспективным подходом к решению данной проблемы представляется использование композитов, позволяющих создавать эффективные структуры

армирования крыла, обеспечивающей минимизацию инерционного изгибнокрутильного взаимодействия, возникающего при его собственных колебаниях.

Проблема статической и динамической устойчивости композитного крыла, эксплуатируемого в набегающем потоке газа, более многогранна, т.к. для множества конструкций равной геометрии и массы, но различной ориентации армирования обшивки критические скорости флаттера и дивергенции будут различны [147-149]. Для демонстрации сказанного рассмотрено крыло (L = 1,2 м; c = 0,345 м; b = 0,01 м; h = 0,0012 м), обшивка которого образована 6 слоями углепластика Ст-11043//DION FR 9300 ( $\rho = 1460$  кг/м<sup>3</sup>,  $E_1 = 96,1$  ГПа,  $E_2 = 7,9$  ГПа,  $G_{12} = G_{13} = 4,7$  ГПа,  $G_{23} = 2,6$  ГПа,  $v_{12} = 0,3$ ). Структура армирования обшивки:  $[90^0/\theta_2]_{s}$ ,  $\theta \in [-90^0, 90^0]$ . Внутренняя полость крыла заполнена легковесной изотропной пеной (рис. 3.7). Начальный угол атаки крыла  $\alpha = 0^\circ$ .



Рис. 3.7. Схема армирования анизотропного композитного крыла

Численное моделирование аэроупругого взаимодействия композитного крыла с набегающим турбулентным потоком несжимаемого газа выполнялось в рамках параллельной стратегии. Критерии достижения расчетных критических скоростей флаттера и дивергенции аналогичны критериям, используемым в п. 3.1. В процессе проведения численных исследований определялись зависимости собственных связанных  $f_i = f_i(\theta)$  и парциальных  $\overline{f}_i = \overline{f}_i(\theta)$ частот колебаний, частот флаттера  $f_{fl} = f_{fl}(\theta)$  и установившихся автоколебаний  $f_{SO} = f_{SO}(\theta)$  (рис. 3.8), а также критических скоростей флаттера  $V_{fl} = V_{fl}(\theta)$  и дивергенции  $V_{div} = V_{div}(\theta)$  (рис. 3.9) от угла ориентации армирования  $\theta$ .

Величины парциальных собственных частот  $\overline{f_i} = \overline{f_i}(\theta)$  определялись по соотношениям для ортотропных структур с использованием «свободных» модулей упругости  $E_x(\theta)$ ,  $E_y(\theta)$  и «свободных» модулей межслойного сдвига  $G_{xz}(\theta)$ ,  $G_{yz}(\theta)$ . При этом «свободный» модуль сдвига в плоскости армирования  $G_{xy} = G_{xy}(\theta)$  заменялся «чистым» модулем сдвига в плоскости армирования  $\overline{G}_{xy}(\theta) = G_{xy}(\theta)/[1-\mu_{x,xy}(\theta)\cdot\mu_{xy,x}(\theta)]$ , что соответствует полному запрещению изгибных деформаций при кручении крыла. Понятия «свободных» и «чистых» модулей введены Фойгтом [150].

В работах [151, 152] показано, что показателем повышения или понижения уровня инерционной изгибно-крутильной связанности каждой пары взаимодействующих мод колебаний является взаимное расположение графиков функций связанных  $f_i = f_i(\theta)$  и парциальных  $\overline{f_i} = \overline{f_i}(\theta)$  собственных частот при изменении угла  $\theta$ .

Если на отрезке  $[\theta_m, \theta_n]$  (m < n) для пары связанных частот  $f_i(\theta)$ ,  $f_{i+1}(\theta)$   $(f_i(\theta) < f_{i+1}(\theta))$  выполняются неравенства  $f_i(\theta) \ge \overline{f}_i(\theta)$  и  $f_{i+1}(\theta) \le \overline{f}_{i+1}(\theta)$   $(\overline{f}_i(\theta) < \overline{f}_{i+1}(\theta))$ , то инерционная изгибно-крутильная связанность i - й и (i+1) - й мод колебаний крыла понижается. Если на отрезке  $[\theta_m, \theta_n]$  для пары связанных частот справедливы неравенства  $f_i(\theta) \le \overline{f}_i(\theta)$  или  $f_{i+1}(\theta) \ge \overline{f}_{i+1}(\theta)$ , то инерционная изгибно-крутильная связанность i - й и (i+1) - й мод колебаний крыла возрастает. Окончательная величина рационального угла ориентации армирования  $\theta$  выбирается по результатам идентификации мод колебаний, выполняемой по виду собственных форм.



Рис. 3.8. Зависимость связанных и парциальных собственных частот, частот флаттера и автоколебаний от ориентации армирования обшивки крыла θ:
Ο – экспериментальные значения собственных частот, сплошные линии с маркерами f<sub>i</sub> (*i*=1,2,3) – результаты расчета собственных частот связанных

колебаний; пунктирные линии – парциальные собственные частоты  $\overline{f}_i$  (*i*=1,2,3); • – экспериментальные значения частот флаттера; сплошная линия с маркером  $f_{fl}$  – расчетные значения частоты флаттера; сплошная линия с маркером  $f_{SO}$  – расчетные значения частоты автоколебаний на скоростях, предшествующих флаттеру

Анализ взаимного расположения расчетных зависимостей связанных  $f_i = f_i(\theta)$  и парциальных  $\overline{f_i} = \overline{f_i}(\theta)$  собственных частот от угла  $\theta$  (рис. 3.8) позволил заключить, что на отрезке  $\theta \in [-42^\circ, -5^\circ]$  происходит уменьшение

инерционной связанности первой и второй мод колебаний, а на отрезке  $\theta \in [0^0, 33^0]$  снижается связанность второй и третьей мод колебаний. Идентификация мод колебаний, производившаяся по виду собственных форм, позволила определить рациональную структуру армирования оболочки композитного крыла:  $[90^0/-202^0]_{\rm S}$ .

На рис. 3.9 приведены расчетные зависимости критических скоростей флаттера  $V_{fl} = V_{fl}(\theta)$  и дивергенции  $V_{div} = V_{div}(\theta)$  от угла ориентации армирования  $\theta$ . Характер изменения функций  $V_{fl} = V_{fl}(\theta)$  и  $V_{div} = V_{div}(\theta)$ , согласующийся с изменениями функций  $f_i = f_i(\theta)$  и  $\overline{f_i} = \overline{f_i}(\theta)$  (рис. 3.8), демонстрирует влияние ориентации армирования на изгибно-крутильную связанность мод колебаний крыла и, следовательно, на значения критических скоростей флаттера/дивергенции.

Снижение изгибно-крутильной связанности первой и второй мод колебаний на отрезке  $\theta \in [-42^{\circ}, -5^{\circ}]$  (рис. 3.8) сопровождается повышением критической скорости флаттера  $V_{fl}$  (рис. 3.9). При  $\theta \in [-65^{\circ}, -22^{\circ}]$  динамическая форма потери устойчивости меняется на статическую форму потери устойчивости, т.к.  $V_{div} < V_{fl}$ , а на отрезке  $\theta \in [-90^{\circ}, -65^{\circ}]$  вследствие уменьшения продольной жесткости крыла вновь справедливо неравенство  $V_{fl} < V_{div}$ .

На отрезке  $\theta \in [0^0, 90^0]$  возможен только флаттер крыла, зависимость критической скорости которого от ориентации армированных слоев обшивки  $V_{fl} = V_{fl}(\theta)$  приведена на рис. 3.9. Снижение связанности второй и третьей мод изгибно-крутильных колебаний крыла при  $\theta \in [0^0, 33^0]$  влечет за собой их трансформацию во вторую квазиизгибную и первую квазикрутильную моды соответственно. Первая мода колебаний остается изгибно-крутильной. В результате снижения изгибно-крутильной связанности второй и третьей мод колебаний на отрезке  $\theta \in [33^0, 75^0]$  при скоростях набегающего потока

воздуха  $V < V_{fl}$  возникает область установившихся автоколебаний крыла по второй квазиизгибной форме с постоянной амплитудой и частотой  $f_{so}(\theta) \approx \overline{f}_{2}(\theta)$ . На рис. 3.9 эта область, ограниченная функциями  $V_{fl} = V_{fl}(\theta)$ и  $V_{so} = V_{so}(\theta)$  отмечена вертикальной штриховкой. При  $\theta > 75^{\circ}$  реализуется только флаттер.



Рис. 3.9. Зависимость критических скоростей флаттера/дивергенции от ориентации армирования обшивки крыла θ: сплошная линия – расчетные значения критических скоростей флаттера/дивергенции,

экспериментальные значения критических скоростей флаттера, сплошная линия с маркером V<sub>so</sub> - расчетные значения автоколебаний на скоростях,

## предшествующих флаттеру

Приведенный на рис. 3.9 график функции  $V_{cr} = V_{cr}(\theta)$  свидетельствует о значительном влиянии угла ориентации армирования  $\theta$  на величины критической скорости флаттера/дивергенции, проявляющемся в смене

статической и динамической форм потери устойчивости в диапазоне изменения угла  $\theta \in [-90^{\circ}, 90^{\circ}]$ .

Достоверность процедуры выбора рациональной структуры армирования обшивки крыла подтверждена путем проведения испытаний в малотурбулентной аэродинамической трубе ФГУП «Крыловский Экспериментальные государственный научный центр». значения собственных частот связанных колебаний, частот и критических скоростей флаттера точками изображены на рис. 3.8, рис. 3.9.

Для проведения экспериментальных исследований были изготовлены две опытные конструкции крыла одинаковой геометрии с обшивками  $[90^{\circ}/-20_{2}^{\circ}]_{s}$  $[90^{\circ}/0_{2}^{\circ}]_{s}$ И структур армирования ИЗ углепластика Ст-11043/DION FR 9300. Полная длина опытных конструкций композитных крыльев составила  $L_{\text{max}} = L + L_0 = 1,6$ м, где L = 1,2м – длина части крыла, находящейся в рабочей зоне аэродинамической трубы, участок длинной  $L_0 = 0,4$  м был использован для обеспечения защемления вне рабочей зоны (рис. 3.10). рабочей Габариты зоны аэродинамической трубы соответствовали расчетной области численной модели  $(1,3 \times 1,3 \times 1,3 \text{ м})$ .

На свободном конце каждого композитного крыла размещались два акселерометра. Результаты измерений акселерометров, по кабелям, проложенным внутри крыла, поступали на комплекс средств измерения (рис. 3.11) для формирования спектров виброускорений.

Экспериментальные величины критических скоростей флаттера/дивергенции крыльев определялись прямым измерением скорости набегающего потока воздуха с помощью манометра, соединенного с трубкой Пито-Прандтля. Скорость набегающего потока пошагово изменялась в диапазоне скоростей  $V \in [10, 62]$  м/с. По достижении заданного уровня скорости осуществлялась запись показаний акселерометров в течение 2 минут с одновременной видеофиксацией динамики деформирования крыла.



Рис.3.10. Схема общего расположения композитного крыла в испытательном оборудовании



Рис.3.11. Схема используемого комплекса средств измерения

До начала испытаний в аэродинамической трубе экспериментально определялись собственные частоты и собственные формы трех низших мод колебаний каждого композитного крыла.

виброускорений, полученные Амплитуды по результатам экспериментальных испытаний композитных крыльев в набегающем потоке воздуха в аэродинамической трубе, зависящие от скорости набегающего потока V и спектральной частоты  $f_{fl}$ , образуют поверхности в трехмерном пространстве, изображенные изолиниями на рис. 3.12. Анализ полученных результатов позволяет заключить, что при малых скоростях набегающего потока пики виброускорений совпадают со значениями собственных частот для каждого крыла. С увеличением скорости набегающего потока амплитуда виброускорений увеличивается, достигая максимума вблизи критической скорости флаттера  $V_{ll}^{exp}$ . Частоты связанных мод колебаний по мере приближения скорости набегающего потока к V<sup>exp</sup> сближаются. Для крыла структуры армирования  $[90^{\circ} / 0_{2}^{\circ}]_{s} V_{fl}^{exp} = 48 \text{ м/c}$ , а соответствующая максимальной амплитуде виброускорений частота  $f_{fl}^{exp} = 11 \Gamma \mu$  (рис. 3.12a) хорошо согласуется с результатами аэроупругого расчета  $f_{fl}$  (рис. 3.8). Видеофиксация позволила установить стремительное нарастание амплитуд изгибно-крутильных колебаний, приведших к разрушению крыла.

Для крыла структуры армирования  $[90^{\circ} / -20_{2}^{\circ}]_{s}$  флаттер не возникал даже при достижении максимальной скорости потока в аэродинамической трубе. Однако по характеру изменения спектра виброускорений можно ожидать достижения  $V_{fl}$  с частотой  $f_{fl}^{exp} \approx 12 \, \Gamma$ ц, соответствующей максимальной амплитуде виброускорений, которая хорошо согласуется с расчетной частотой  $f_{fl}$  (рис. 3.8).
Расчетные величины  $V_{fl}$  ниже экспериментальных значений, поэтому результаты аэроупругого расчета можно рассматривать как консервативную оценку  $V_{fl}^{exp}$ .



Рис. 3.12. Трансформация экспериментально измеренных спектров виброускорений от скорости набегающего потока на композитное крыло структуры армирования: а) [90<sup>0</sup>/0<sub>2</sub><sup>0</sup>]<sub>s</sub>; б) [90<sup>0</sup>/-20<sub>2</sub><sup>0</sup>]<sub>s</sub>

Выполненные численные и экспериментальные исследования показали возможность управления изгибно-крутильной связанностью И, следовательно, величинами критических скоростей флаттера и дивергенции композитного крыла за счет рациональной ориентации армированных слоев обшивки. Таким образом, достоверность предложенного метода выбора рациональной структуры армирования обшивки композитного крыла подтверждена.

### 4. ГИДРОУПРУГОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СУДОВОГО ДВИЖИТЕЛЯ С КОМПОЗИТНЫМИ ЛОПАСТЯМИ

В апробации монолитной стратегии процессе гидроупругого моделирования погруженных в покоящуюся невязкую безвихревую жидкость особенности конструкций исследованы динамики взаимодействия С жидкостью, как отдельной лопасти, так и лопастной системы судового движителя. Исследования выполнены на примере масштабной конструкции рабочего колеса (РК) водометного движителя (ВД).

#### 4.1. Объект исследования

Рассматривался водометный движитель (ВД), конструкция которого приведена на рис. 4.1а. На рис. 4.1б изображено рабочее колесо (РК) водометного движителя [153, 154].



Рис. 4.1. Конструкция а) водометного движителя и б) его рабочего колеса

Основные технические характеристики ВД:

- диаметр проточной части в зоне лопастей D = 0,32 м;
- число лопастей РК ВД Z = 9;
- шаговое отношение (H/D) 2,35 при R = 0,7;

- число лопастей направляющего аппарата насадки Z<sub>н</sub> = 11;
- профиль лопастей: NACA 66 mod a=0,8.

Влияние кормовой части судна моделировалась сферой, у которой касательные к поверхности совпадают с касательными к поверхности ступицы направляющего аппарата насадки.

Исследовано 5 вариантов конструкции РК ВД, отличающихся материалом лопастей. В качестве материала лопастей рассматривались сплав Д16 ( $\rho$ =2770 кг/м<sup>3</sup>; E=71 ГПа; G=26,7 ГПа;  $\nu$ =0,33) и композитные структуры, компонуемые из слоев однонаправленного углепластика СМ-Preg-C-230/600 СР004 39 ( $E_1$  = 120 ГПа;  $E_2 = E_3 = 8$  ГПа;  $G_{12} = G_{13} = 4,4$  ГПа;  $G_{23} = 2,7$  ГПа;  $\nu_{12} = 0,27;$   $\rho = 1500$  кг / м<sup>3</sup>;  $h_{ply} = 2 \cdot 10^{-4}$  м) (рис. 4.2). Все лопасти имели одинаковую внешнюю геометрию и защемлялись в одинаковых ступицах из сплава Д16.



Рис. 4.2. Композитная лопасть РК ВД и схема ее армирования [ $\theta_n$ ]

Ступица РК ВД состоит из трех элементов: тела ступицы (рис. 4.3) и крышек, фиксирующих комлевые части композитных лопастей (рис. 4.4). При установке лопасти в ступицу ее комлевая часть обрабатывается адгезивным составом.



Рис. 4.5. Конечно-элементная 3D модель РК ВД с композитными лопастями в собранном виде: а) вид спереди; б) вид сзади

Конечно-элементная 3D модель РК ВД с композитными лопастями в сборе приведена на рис. 4.5. Следует отметить, что различие масс РК ВД, в первую очередь, обусловлено различием масс лопастей, порождаемым разницей плотностей углепластика СМ-Preg-C-230/600 СР004 39 и

алюминиевого сплава Д16. Массы ступиц РК ВД с лопастями из сплава Д16 и с лопастями из углепластика приблизительно равны.

### 4.2. Оценка достоверности моделирования пропульсивных характеристик

Оценка достоверности численного моделирования пропульсивных характеристик выполнялась путем сопоставления расчетных диаграмм действия РК ВД с лопастями из сплава Д16 с экспериментальными данными, полученными в большой кавитационной трубе ФГУП «Крыловский государственный научный центр».

При выполнении расчетов использовались системы уравнений (2.21), (2.24). Внешняя неподвижная расчетная область представляет собой цилиндр диаметром, равным трем диаметрам проточной части насадки в зоне лопастей (рис. 4.1). Внутри проточной части насадки в зоне лопастей был создан дополнительный домен, в котором расчет выполнялся в подвижной системе координат, вращающейся с частотой, равной частоте вращения рабочего колеса. Из-за ограниченности вычислительных ресурсов расчетная сетка составляла ~ 1 млн. узлов с минимальным ортогональным качеством 0,136, обеспечивающая достаточную скорость сходимости гидродинамического расчета. На всех поверхностях ВД судового движителя установлены граничные условия «прилипания» жидкости. На боковых поверхностях цилиндрической расчетной области установлены условия непроницаемости. На входящей поверхности перед ВД задавалась скорость набегающего потока с интенсивностью турбулентности 5%. На выходящей поверхности установлены свободные граничные условия. На поверхностях вращающегося домена определены интерфейсные поверхности.

Результаты сравнения расчетных и экспериментальных кривых действия в зависимости от величины относительной поступи (J = V / nD, V - скорость набегающего потока) представлены на рис. 4.6. На этом рисунке точками нанесены экспериментальные значения коэффициента упора

 $K_T = T/\rho n^2 D^4$  (*T*-упор гребного винта,  $\rho$ - плотность воды, *n*-число оборотов гребного винта в секунду, *D* - диаметр проточной части в зоне лопастей) и коэффициента крутящего момента  $K_Q = Q/\rho n^2 D^5$  (*Q* - крутящий момент гребного винта), пунктирной линией обозначены соответствующие расчетные величины.



Рис. 4.6. Сравнение расчетных и экспериментальных кривых действия для исследуемой конструкции РК ВД

Сопоставление приведенных на рис. 4.6 результатов позволяет отметить хорошее согласование расчетных и экспериментальных значений величин  $K_T$  при удовлетворительном согласовании величин  $K_Q$  в рабочем диапазоне относительной поступи J = 0,9-1,2.

Несколько завышенная относительно экспериментальных данных расчетная величина  $K_Q$  (~4,5%) является следствием не учёта ламинарнотурбулентного перехода в пограничном слое на лопасти, порожденном необходимостью выполнения гидродинамического расчета на грубых сетках, обусловленной ограниченностью вычислительных ресурсов. Тем не менее, можно считать, что численная оценка стационарной нагрузки на лопастях выполняется с удовлетворительной точностью для последующего использования в расчетах параметров упругого деформирования конструкции.

#### 4.3. Оценка сходимости численной процедуры решения

При исследовании динамики лопасти представляют интерес не только частоты низших тонов собственных колебаний, но и так называемые кромочные частоты. Поэтому встает вопрос о сходимости численной процедуры решения в широком диапазоне частот.

Сходимость численной процедуры определения собственных частот и собственных форм связанных колебаний эксплуатируемой в воздушной среде («сухой») одиночной лопасти исследовалась путем варьирования характерного размера 3D конечных элементов h. Численные исследования выполнялись для  $h \in [0,01; 0,0002]$  м.

Результаты оценки сходимости численной процедуры определения собственных частот и собственных форм колебаний «сухой» одиночной лопасти из сплава Д16 показаны на рис. 4.7 - рис. 4.8 соответственно. Из приведенных на рис. 4.7 зависимостей следует, что для «сухой» лопасти из сплава Д16 наблюдается монотонная сходимость величин собственных частот и форм собственных колебаний по мере уменьшения характерного размера h 3D КЭ сетки. Анализ полученных результатов показал, что для двенадцати низших тонов колебаний ( $i = \overline{1, 12}$ ) лопасти из сплава Д16 при h = 0,001 м величина относительной погрешности определения собственных частот  $\Delta_i = f_i(h)/f_i(h=0,0002)-1$  удовлетворяет неравенству  $\Delta_i < 0,005$  (точечная линия на рис. 4.7). Сходимость собственных форм колебаний контролировалась визуально (рис. 4.8).



Рис. 4.7. Сходимость определения низших собственных частот одиночной «сухой» лопасти из сплава Д16



Рис. 4.8. Изменение форм собственных колебаний одиночной «сухой» лопасти из сплава Д16 в зависимости от характерного размера *h* 3D КЭ сетки

Результаты анализа сходимости численной процедуры определения собственных частот и собственных форм связанных колебаний одиночной «сухой» композитной лопасти структуры армирования  $[90_1^0 / 0_{n-1}^0]_s$ , образованной слоями однонаправленного углепластика CM-Preg-C-230/600 CP004 39, показаны на рис. 4.9 – рис. 4.10 соответственно.



Рис. 4.9. Сходимость определения низших собственных частот одиночной «сухой» композитной лопасти структуры армирования [90<sup>0</sup><sub>1</sub> / 0<sup>0</sup><sub>n-1</sub>]<sub>s</sub>



Рис. 4.10. Изменение форм собственных колебаний одиночной «сухой» лопасти структуры армирования  $[90_1^0 / 0_{n-1}^0]_s$ , в зависимости от характерного размера *h* 3D КЭ сетки

Из приведенных на этих рисунках результатов видно, что по мере уменьшения характерного размера h конечно-элементной сетки так же наблюдается монотонная сходимость численной процедуры определения собственных частот и собственных форм связанных колебаний одиночной «сухой» композитной лопасти структуры армирования  $[90_1^0 / 0_{n-1}^0]_s$ . Однако в этом случае сходимость более чувствительна к изменению величины h. Так, для седьмого тона связанных колебаний «сухой» композитной лопасти при h = 0,004 м величина  $\Delta_7 = 0,6$ , в то время как для «сухой» лопасти из сплава Д16 при h = 0,005 м величина  $\Delta_7 = 0,0175$ .

Тем не менее, величина относительной погрешности определения собственных частот для низших тонов колебаний ( $i = \overline{1,7}$ ) композитной лопасти не превышает 1,0% для характерного размера 3D конечноэлементной сетки h = 0,001 м. Этот характерный размер дискретизации использовался в дальнейших расчетах как для лопасти из сплава Д16, так и для лопасти, образованной совокупностью слоев однонаправленного углепластика СМ-Preg-C-230/600 СР004 39.

## 4.4. Оценка достоверности монолитной стратегия гидроупругого моделирования

Оценка достоверности монолитной стратегии гидроупругого моделирования выполнялась путем сопоставления расчетных И экспериментальных значений собственных частот колебаний «мокрого» (погруженного в воду) РК ВД с лопастями из сплава Д16. Расчетные значения собственных частот находились из решения связанной системы уравнений (2.49). 3D геометрия РК движителя приведена на рис. 4.16. Экспериментальные значения собственных частот РК, находящегося на дне открытого резервуара с водой, определялись по спектрам виброскоростей каждой из девяти лопастей. Геометрия расчетной области показана на рис. 4.11. 3D КЭ-модель «мокрого» РК полагалась опертой в трех точках основания ступицы, что соответствовало условиям эксперимента. На границе контакта «вода – упругое тело» задана интерфейсная поверхность, а на внешней границе жидкости считалось, что величина давления p = 0 Па.



Рис. 4.11. Геометрия расчетной области «мокрого» РК с лопастями из сплава Д16

Ha рис 4.12 представлены результаты сопоставления экспериментальных спектров виброскоростей и расчетных собственных частот «мокрого» РК с лопастями из сплава Д16. Для удобства сравнения девяти спектров на рис. 4.12 представлены огибающие минимального и Расчетные максимального отклика. значения собственных частот на горизонтальной точками ЛИНИИ над огибающими представлены зависимостями минимального и максимального отклика. Так как РК содержит девять лопастей, собственные частоты образуют кратные их числу группы с близкими значениями. Появление таких групп обусловлено конечной жесткостью ступицы РК. Для удобства сравнения группы собственных расчетных частот подсвечены вертикальными серыми областями.

Из сопоставления представленных расчетных и экспериментальных значений собственных частот «мокрого» РК следует вывод о том, что используемая монолитная стратегия моделирования гидроупругого взаимодействия позволяет с достаточной точностью определять величины собственных частот колебаний «мокрых» лопастей в широком диапазоне частот, включая диапазон кромочных частот.



Рис. 4.12. Результаты оценки достоверности собственных частот «мокрых» лопастей РК, изготовленных из сплава Д16

#### 4.5. Особенности динамики «мокрых» лопастей

Известно, что погружение лопасти в воду приводит к уменьшению собственных частот ее связанных колебаний. Этот факт иллюстрируют представленные на рис. 4.13 результаты расчета собственных частот «сухой» и «мокрой» одиночных лопастей из сплава Д16. Расчет частот собственных колебаний «мокрой» лопасти выполнялся в рамках монолитной стратегии решения гидроупругой задачи. Для количественной оценки изменений собственных частот связанных колебаний лопасти используется коэффициент уменьшения собственной частоты [15]:

$$\Lambda = \frac{f_{i \text{ water}}}{f_{i \text{ air}}} \tag{4.1}$$

где  $f_{i water}$  - собственная частота *i*-ой моды связанных колебаний «мокрой» лопасти,  $f_{i air}$  - собственная частота *i*-ой моды связанных колебаний «сухой» лопасти.



Рис. 4.13. Различие величин собственных частот мод связанных колебаний «сухих» (1) и «мокрых» (2) одиночных лопастей из сплава Д16

Уменьшение собственных частот связанных колебаний «мокрой» лопасти по сравнению с «сухой» лопастью порождается вовлечением в процесс колебаний некоторой массы воды, окружающей лопасть. Очевидно, что величина присоединенной массы воды будет различной для различных собственных форм связанных колебаний лопасти. Поэтому изменения  $\Lambda$  обусловлены изменением величин присоединенной массы воды, индуцируемых различными собственными формами колебаний лопасти, что иллюстрирует рис. 4.14.



Рис. 4.14. Изменение коэффициента Л в зависимости от номера моды связанных колебаний одиночной лопасти из сплава Д16



Рис. 4.15. Собственные формы первой моды связанных колебаний «сухой» и «мокрой» лопастей из сплава Д16

Погружение лопасти в воду сопровождается изменением, как собственных частот, так и собственных форм колебаний. В качестве иллюстрации на рис 4.15 показана трансформация первой квазиизгибной собственной формы колебаний «сухой» лопасти в смешанную собственную форму колебаний «мокрой» лопасти. Это указывает на неполноту анализа динамического отклика только «сухой» лопасти, т.к. динамический отклик «мокрой» лопасти может измениться. Более подробно влияние этого факта будет рассмотрено в п. 4.6 при выборе рациональной структуры армирования композитной лопасти.

Перейдем от анализа влияния присоединенных масс воды на собственные частоты одиночной лопасти к анализу влияния присоединенных масс воды на собственные частоты лопастной системы рабочего колеса. На рис. 4.16 показано изменение значений собственных частот первых восьмидесяти пяти «сухих» (1) и «мокрых» (2) мод связанных колебаний РК с лопастями из сплава Д16.

Приведенные на рис. 4.16 результаты свидетельствуют о том, что собственные частоты образуют группы по числу лопастей Z. Для низших тонов величины собственных частот внутри группы отличаются несущественно, а для более высоких тонов границы групп собственных частот размываться. Этот процесс наиболее заметен для собственных колебаний «мокрых» лопастей РК ВД.



Рис. 4.16. Различие величин собственных частот мод связанных колебаний «сухих» (1) и «мокрых» (2) РК с лопастями из сплава Д16

Изменения значений коэффициента  $\Lambda$  в зависимости от номера моды связанных колебаний РК ВД с лопастями из сплава Д16 показаны на рис. 4.17. Видно, что величина коэффициента  $\Lambda$  существенно изменяется вблизи границ групп низших мод связанных колебаний лопастей. Причем с повышением тона колебаний изменения значений  $\Lambda$  уменьшаются.



Рис. 4.17. Изменение коэффициента Л в зависимости от номера моды связанных колебаний рабочего колеса с лопастями из сплава Д16

Таким образом, при проектировании лопасти учет влияния окружающей жидкости на ее динамический отклик становится критически необходимым условием.

# 4.6. Выбор рациональной структуры армирования композитной лопасти

Выбор рациональной структуры армирования, обеспечивающей минимальную изгибно-крутильную связанность композитной лопасти рабочего колеса водометного движителя, выполняется в логике метода, сформулированного в п. 3.2. Расчетные зависимости первых четырех

связанных  $f_i$  и парциальных  $\overline{f_i}$  собственных частот «сухой» композитной лопасти в зависимости от ориентации однонаправленных слоев углепластика CM-Preg-C-230/600 CP004 39 структуры армирования  $[\theta_n]$  ( $\theta \in [-90^\circ, 90^\circ]$ ) представлены на рис. 4.18. На этом же рисунке точечными горизонтальными линиями отмечены величины четырех низших собственных частот «сухой» лопасти из сплава Д16.



Рис. 4.18. Зависимости четырех низших связанных (сплошные линии) и парциальных (пунктирные линии) собственных частот «сухой» композитной лопасти структуры армирования [θ<sub>n</sub>] от угла ориентации θ

Анализ взаимного расположения графиков расчетных зависимостей первых двух связанных  $f_i = f_i(\theta)$  и парциальных  $\overline{f_i} = \overline{f_i}(\theta)$  собственных частот (рис. 4.18) позволяет заключить, что на отрезке  $\theta \in [-20^{\circ}, -1^{\circ}]$  происходит уменьшение связанности первой и второй мод колебаний. Идентификация мод колебаний, выполненная по виду собственных форм, показала, что минимальная связанность первой и второй мод колебаний

реализуется при ориентации слоев армирующего материала в направлении  $\theta \cong -10^{\circ}$  (вертикальная серая пунктирная линия), которая может быть выбрано в качестве рациональной.

Помимо композитной лопасти структуры армирования [ $\theta_n$ ] также рассмотрена композитная лопасть структуры армирования [ $90^0_1/\theta_{n-1}$ ]<sub>s</sub>.

На рис. 4.19 представлены результаты расчета величин первых четырех связанных  $f_i = f_i(\theta)$  и парциальных  $\overline{f_i} = \overline{f_i}(\theta)$  собственных частот «сухой» композитной лопасти структуры армирования  $[90^0_1/\theta_{n-1}]_S$ .



Рис 4.19. Зависимость первых четырех связанных и парциальных собственных частот «сухой» композитной лопасти структуры армирования [90<sup>0</sup><sub>1</sub>/θ<sub>n-1</sub>]<sub>S</sub> от угла ориентации θ

Анализ приведенных на этом рисунке результатов позволяет отметить, что для «сухой» композитной лопасти структуры армирования  $[90^0_1/\theta_{n-1}]_s$  на отрезке  $\theta \in [-25^0, -3^0]$  достигается уменьшение связанности первой и второй мод колебаний. Идентификация мод колебаний, выполненная по виду собственных форм, показала, что минимальная связанность первой и второй мод колебаний реализуется при ориентации слоев армирующего материала в направлении  $\theta \simeq -10^{\circ}$  (вертикальная серая пунктирная линия), которая также может быть выбрана в качестве рациональной.

Ранее было показано, что основное влияние погружения лопасти в воду заключается в уменьшении частот и возможном изменении собственных форм колебаний. Поэтому для «мокрой» композитной лопасти необходимо проверить возможные изменения собственных форм колебаний низших тонов и, если потребуется, изменить структуру армирования.



«сухая» лопасть



«мокрая» лопасть

Рис. 4.20. Влияние присоединенной массы воды на первую собственную форму колебаний композитной лопасти структуры армирования [90<sup>0</sup><sub>1</sub>/-10<sup>0</sup><sub>n-1</sub>]<sub>S</sub>

Исследование связанных колебаний «мокрой» композитной лопасти структуры армирования  $[90^{0}_{1}/-10^{0}_{n-1}]_{s}$  выполнено в рамках математической модели, реализующей монолитную стратегию решения гидроупругого взаимодействия. Рис. 4.20 демонстрирует трансформацию первой квазиизгибной формы собственных колебаний «сухой» композитной лопасти структуры армирования  $[90^{0}_{1}/-10^{0}_{n-1}]_{s}$  в смешанную форму собственных колебаний той же «мокрой» лопасти. Поэтому в дополнение к расчетам зависимостей собственных частот «сухой» композитной лопасти от

ориентации слоев однонаправленного углепластика CM-Preg-C-230/600 CP004 39 (рис 4.19) выполнен аналогичный расчет для «мокрой» композитной лопасти структуры армирования [90<sup>0</sup><sub>1</sub>/θ<sub>n-1</sub>]<sub>S</sub> (рис 4.21).



Рис. 4.21. Зависимость собственных частот «мокрой» композитной лопасти структуры армирования [90<sup>0</sup><sub>1</sub> / θ<sub>n-1</sub>]<sub>S</sub> от угла ориентации θ

Из сопоставления зависимостей, приведенных на рис. 4.19 и рис. 4.21, можно заключить, что перенос композитной лопасти структуры армирования  $[90^{0}_{1}/\theta_{n-1}]_{s}$  из воздуха в воду сопровождается существенным снижением значений собственных частот, обусловленным влиянием присоединенных масс воды. Идентификация мод колебаний, по виду собственных форм, показала, что минимальная связанность первой и второй мод колебаний реализуется при ориентации слоев армирующего материала в направлении  $\theta \cong -20^{0}$  (вертикальная серая пунктирная линия). Таким образом, уточнена рациональная структура армирования композитной лопасти  $[90^{0}_{1}/-20^{0}_{n-1}]_{s}$ .

#### 4.7. Метод моделирования диссипативных характеристик

#### композитной лопасти

Экспериментальные исследования диссипативных характеристик «сухой» лопастей из И «мокрой» композитных однонаправленного углепластика CM-Preg-C-230/600 CP004 39 структур армирования [90<sup>0</sup>/-10<sup>0</sup><sub>n</sub>]<sub>S</sub> и [90<sup>0</sup>/-20<sup>0</sup><sub>n</sub>]<sub>S</sub> показали, что величины коэффициентов механических потерь трех низших тонов колебаний не превышают значений  $\eta_{max} = 0,003$  и соответственно. Низкие уровни рассеяния энергии при  $\eta_{\rm max} = 0,006$ колебаниях обусловлены лопастей малостью значений диссипативных характеристик слоев однонаправленного углепластика CM-Preg-C-230/600 CP004 39 ( $\eta_1 = 9 \cdot 10^{-4}$ ;  $\eta_2 = \eta_3 = 9, 6 \cdot 10^{-3}$ ;  $\eta_{12} = \eta_{13} = 1,6 \cdot 10^{-2}; \ \eta_{23} = 1,5 \cdot 10^{-2})$ . Повышение диссипативных характеристик судового движителя возможно за счет создания неоднородных по толщине композитных лопастей, в состав которых интегрирован слой вязкоупругого материала [155].

Существуют лва основных способа повышения пассивного демпфирования композитных структур за счет введения в их состав слоев вязкоупругих материалов. Первый способ состоит в нанесении на одну из наружных поверхностей композитной структуры слоя «жесткого» изотропного вязкоупругого материала [156-159]. Диссипативные свойства слоистой структуры В основном определяются рассеянием составляющих деформации, потенциальной энергии порождаемых нормальными напряжениями и деформациями в «жестком» вязкоупругом материале. Второй способ предполагает создание структур, в которых силовые слои конструкционных композитов перемежаются слоями «мягких» изотропных вязкоупругих материалов [160, 161]. В этом случае рассеяние энергии колебаний слоистой структуры В целом определяются рассеянием потенциальной деформации, составляющих энергии порождаемых деформациями в слоях сдвиговыми напряжениями вязкоупругих И

материалов. Поэтому при моделировании напряженно-деформированного состояния «мягких» слоев, как правило, учитывают только обжатие и межслойный сдвиг.

В отличие от армированного слоя композита упруго-диссипативные свойства как «жестких», так и «мягких» вязкоупругих изотропных материалов существенно зависят от частоты колебаний f и температуры окружающей среды T [162, 163]. Использование метода температурно-частотной суперпозиции позволяет разделить температурно-частотную связанность упруго-диссипативных свойств за счет введения функции температурного смещения  $\alpha_T = \alpha_T(T)$ . При построении аппроксимирующих зависимостей модуль накопления  $\text{Re }E(f_R)$  и коэффициент механических потерь  $\eta(f_R)$ рассматриваются только как функции приведенной частоты  $f_R = \alpha_T(T)f$ . В качестве аппроксимирующих функций могут использоваться полиномиальные зависимости [157-161]:

$$\lg(\operatorname{Re} E(f_R)) = \sum_{m=0}^{N} p_m (\lg f_R)^{(N-m)}, \quad \lg \eta(f_R) = \sum_{m=0}^{N} q_m (\lg f_R)^{(N-m)}, \quad (4.2)$$

получаемые в результате аппроксимации экспериментальных данных.

Оценка диссипативных свойств неоднородной по толщине композитной структуры может быть получена путем исследования ее собственных затухающих колебаний, т.е. сведения к алгебраической проблеме собственных значений

$$\left(\mathbf{C} - \boldsymbol{\omega}^2 \mathbf{M}\right) \mathbf{u} = 0, \qquad (4.3)$$

где С – матрица жесткости, М – матрица масс,  $\mathbf{u}$  – собственный вектор,  $\omega$  – собственная частота.

Необходимым условием существования нетривиальных решений однородной системы (4.3) является равенство нулю ее определителя, т. е.

$$\det\left(\mathbf{C}-\omega^{2}\mathbf{M}\right)=0. \tag{4.4}$$

Это и есть уравнение для определения собственных частот колебаний.

Дальнейшие исследования выполнялись для изотермических условий (T = const) в предположении идеальной упругости материала силовых слоев и учете температурно-частотной зависимости упруго-диссипативных свойств изотропного вязкоупругого материала. Обоснованность использования гипотезы об идеальной упругости материалов силовых слоев (стеклопластик, углепластик и др.) подтверждается пренебрежимо малыми величинами их диссипативных характеристик по сравнению с величинами аналогичных характеристик вязкоупругих изотропных материалов.

При отсутствии температурно-частотной зависимости упругосвойств компонуемых в неоднородную диссипативных ПО толщине структуру слоев вязкоупругих материалов значения собственных частот и коэффициентов механических потерь матрица жесткости С не зависит от частоты  $\omega$  и вычисляется один раз, как и матрица **M**, а затем они используются многократно. В противном случае с изменением частоты все элементы матрицы С необходимо вычислять заново, что резко увеличивает время вычислений описанным выше способом. Для преодоления этого затруднения задается некоторый начальный диапазон  $[\omega_{start}, \omega_{finish}],$ содержащий искомую частоту. Затем вычисляются упруго-диссипативные свойства вязкоупругих слоев при некоторой фиксированной частоте из этого диапазона, например, для  $\omega = (\omega_{start} + \omega_{finish})/2$ , после чего решается уравнение (4.4) с вычисленными «постоянными» матрицами С, М. Далее берётся некоторая небольшая окрестность полученной частоты и повторяется только что описанная процедура до тех пор, пока не будет достигнута желаемая точность. Как правило, достаточно 3-4 шагов таких итераций.

Оценка достоверности предложенного алгоритма вычисления собственных частот и коэффициентов механических потерь неоднородных по толщине структур, содержащих слои изотропного вязкоупругого материала выполнялась сравнения с результатами, опубликованными путем В работе [161]. В этой статье рассматривались затухающие колебания безопорной симметричной трехслойной композитной пластины (рис. 4.22), образованной двумя жесткими слоями, связанными слоем «мягкого»

вязкоупругого материала ( $a = 0,16 \, M$ ,  $b = a / 4 = 0,04 \, M$ ). изотропного Жесткие слои пластины толщиной  $h_{(1)} = h_{(3)} = h = a / 100 = \text{const}$ , образованы совокупностью конечного числа одинаково ориентированных слоев  $(\theta_{(1)} = \theta_{(3)} = \theta, \quad \rho = 1580 \, \kappa c / M^3, v_{12} = 0,279,$ углепластика HMS/DX-209  $E_{22} = 5(1 + i \cdot 6, 7 \cdot 10^{-3}) \, \Gamma \Pi a \, ,$  $E_{11} = 191(1 + i \cdot 7, 8 \cdot 10^{-4}) \Gamma \Pi a$ ,  $G_{12} = G_{13} = 3(1 + i \cdot 1, 16 \cdot 10^{-2}) \Gamma \Pi a, \qquad G_{23} = 2,5(1 + i \cdot 1, 15 \cdot 10^{-2}) \Gamma \Pi a).$ Температурно-частотные зависимости вещественной части комплексного модуля упругости и коэффициента механических потерь изотропного вязкоупругого материала среднего слоя трехслойной пластины ( $v \approx 0,5$ ;  $\rho = 1290 \kappa c/m^3$ ;  $h_{121} = 0, 2h$ ) приведены на рис. 4.23.



Рис. 4.22. Схема симметричной трехслойной композитной пластины

Зависимости собственных частот и коэффициентов механических потерь низших тонов связанных колебаний симметричной трехслойной пластины от угла ориентации армирования жестких слоев представлены на рис. 4.24 и рис. 4.25 соответственно. Сплошные линии соответствуют результатам работы [161], точки – результатам расчета по описанному алгоритму. Сопоставление приведенных зависимостей демонстрирует их хорошее согласование.



Рис. 4.23. Частотные зависимости а) вещественной части комплексного модуля упругости, б) коэффициента механических потерь изотропного вязкоупругого материала при фиксированных значениях температуры окружающей среды [161]



Рис. 4.24. Зависимости собственных частот симметричной трехслойной композитной пластины от угла ориентации армирования

жестких слоев ( $T = 30^{\circ}C$ )



Рис. 4.25. Зависимости коэффициентов механических потерь симметричной трехслойной композитной пластины от угла ориентации армирования жестких слоев (*T* = 30°*C*)



Рис. 4.26. Зависимость собственных форм связанных мод колебаний симметричной трехслойной пластины от угла ориентации армирования жестких слоев ( $T = 30^{\circ}C$ )

На рис. 4.26 показаны соответствующие расчетные собственные формы пяти низших тонов связанных мод колебаний симметричной трехслойной пластины от угла ориентации армирования жестких слоев, которые практически совпали с результатами работы [161].

Сопоставление графиков зависимостей  $f_i = f_i(\theta)$  и собственных форм колебаний для глобально моноклинной симметричной трехслойной пластины позволяет отметить изменения, обусловленные изгибно-крутильной связанностью. Об этом свидетельствует появление областей взаимных трансформаций собственных форм связанных мод колебаний. Из анализа приведенных на рис. 4.24, рис. 4.26 зависимостей следует, что при  $T = 30^{\circ}C$ на отрезке  $\theta \in [0^{\circ}, 30^{\circ}]$  происходят взаимные трансформации собственных форм первой и второй, третьей и четвертой мод связанных колебаний

Применим описанный выше метод к расчету диссипативных характеристик неоднородной по толщине композитной лопасти, в состав которой включен слой «мягкого» вязкоупругого материала.

Силовые слои неоднородной по толщине композитной лопасти структуры армирования  $[90_1^{\circ} / 0_4^{\circ} / VPNS_3 / 0_{n-8}^{\circ}]_s$  изготавливались из однонаправленного углепластика CM-Preg-C-230/600 CP004 39. Частотные зависимости вещественной части комплексного модуля упругости и коэффициента механических потерь «мягкого» вязкоупругого материала ВПС-2,5 показаны на рис. 4.27, рис. 4.28.

Расчетные (2) и экспериментальные (1) исследования выполнены для безопорной «сухой» неоднородной по толщине композитной лопасти при температуре окружающей среды  $T = 23^{\circ}C$ . Полученные результаты представлены на рис. 4.29 в виде частотной зависимости коэффициента механических потерь.



Рис. 4.27. Частотная зависимость модуля накопления вязкоупругого материала ВПС-2,5 при различных температурах окружающей среды



Рис. 4.28. Частотная зависимость коэффициента механических потерь вязкоупругого материала ВПС-2,5 при различных температурах окружающей среды



Рис. 4.29. Частотная зависимость коэффициента механических потерь безопорной «сухой» неоднородной по толщине композитной лопасти при температуре окружающей среды *T* = 23°*C* : 1 – эксперимент; 2 – расчет

Сопоставляя величины коэффициентов механических потерь «сухой» лопасти, изготовленной из углепластика ( $[90_1^0 / 0_{n-1}^0]_S$ ,  $\eta = 0,0032$ ), и «сухой» композитной лопасти, в состав которой включен слой «мягкого» вязкоупругого материала ( $[90_1^0 / 0_4^0 / VPNS_3 / 0_{n-8}^0]_S$ ,  $\eta \in [0,038\ 0,055\ ]$ ), можно заключить, что переход к неоднородной по толщине слоистой структуре сопровождается увеличением диссипативных свойств конструкции на один десятичный порядок.

Сравнение расчетных значений коэффициентов механических потерь по номерам мод собственных колебаний защемленных в основании «сухой» и «мокрой» композитных лопастей, в состав которых включен слой «мягкого» вязкоупругого материала ( $[90_1^0 / 0_4^0 / VPNS_3 / 0_{n-8}^0]_S$ ,  $T = 23^\circ C$ ), показано на рис. 4.30. Приведенные данные свидетельствуют о том, что начиная с третьей моды колебаний «мокрой» лопасти наблюдается

коэффициента увеличение механических потерь на величину η  $\Delta \eta \in [0,01;0,015].$ Это увеличение порождено гидродинамическим демпфированием, обусловленным присоединенных влиянием масс. различных для каждой собственной формы колебаний рассматриваемой композитной лопасти.



Рис. 4.30. Сравнение расчетных коэффициентов механических потерь η по номерам мод собственных колебаний защемленной в основании «сухой» и «мокрой» композитных лопастей, в состав которых включен слой «мягкого» вязкоупругого материала: 1 – «сухая» лопасть; 2 – «мокрая» лопасть

Достоверность применения монолитной стратегии для расчетного определения величин коэффициентов механических потерь  $\eta$  «сухого» и «мокрого» РК ВД с неоднородными по толщине композитными лопастями ([90<sup>0</sup><sub>1</sub> / 0<sup>0</sup><sub>4</sub> / *VPNS*<sub>3</sub> / 0<sup>0</sup><sub>*n*-8</sub>]<sub>*S*</sub>) и с лопастями из сплава Д16 подтверждена путем сравнения полученных результатов с экспериментальными значениями  $\eta$ .

Экспериментальные значения коэффициентов механических потерь  $\eta_{д16}$  «сухого» и «мокрого» РК ВД с лопастями из сплава Д16 представлены на рис. 4.31. По аналогии с собственными частотами  $f_i$  РК ВД, образующими для каждой моды колебаний группы из Z значений (Z – число лопастей), коэффициенты механических потерь также образуют группы из Z значений  $\eta_i$ . Для удобства анализа на рис. 4.31 точками показаны средние значения  $\eta_{д16}$ , а разброс между максимальным и минимальным значениями  $\eta_{д16}$  в каждой группе мод колебаний РК ВД отмечен вертикальными сплошными линиями. Значения  $\eta_{д16}$  сгруппированы по номерам мод, т. к. собственные частоты «сухих» и «мокрых» лопастей различаются.



Рис. 4.31. Экспериментальные значения коэффициентов механических потерь РК ВД с лопастями из сплава Д16: «сухой» РК - серые точки; «мокрый» РК - черные точки

Приведенные на рис. 4.31 результаты демонстрируют независимость коэффициента механических потерь от моды собственных колебаний «сухого» РК ВД с лопастями из сплава Д16. Среднее значение  $\eta_{\text{Д16}} \approx 0,0033$ , разброс между максимальными и минимальными значениями  $\eta_{\text{Д16}}$  в группах

собственных частот незначителен, хотя и меняется в зависимости от моды собственных колебаний. Вероятно, разброс значений  $\eta_{Д16}$  обусловлен различием жесткостных характеристик крепления лопастей к ступице, которые, вообще говоря, различны для каждой лопасти. Влияние этого фактора становится более заметным для «мокрого» РК ВД.

Для «мокрого» РК с лопастями из сплава Д16 наблюдается существенные увеличение средних значений  $\eta_{{
m Д16}}$  для ряда мод собственных колебаний. Такое поведение величины  $\eta_{\pi_{16}}$  связано с гидродинамическим формы собственных демпфированием, влияние которого зависит от колебаний РК. С учетом гидродинамического демпфирования средняя коэффициента величина механических потерь достигает значения  $\eta_{\pi_{16}} \approx 0,0063$ . Разность средних значений коэффициента механических потерь «сухого» и «мокрого» РК с лопастями из сплава Д16 позволяет определить среднюю величину гидродинамического демпфирования  $\eta_{\rm h} \approx 0,003$ . Различия максимальных и минимальных значений  $\eta_{\rm Д16}$  «мокрого» РК значительно превышают аналогичные величины «сухого» РК. Помимо различия жесткостных характеристик крепления лопастей к ступице проявляются сложности экспериментального определения величин  $\eta_{{
m J}16}$  в воде.

РК ВД Проанализируем характеристики с диссипативные композитными лопастями, в состав которых включен слой «мягкого» вязкоупругого материала. Результаты численного и экспериментального определения величин коэффициентов механических потерь низших тонов колебаний «сухого» и «мокрого» РК ВД с неоднородными по толщине рис. 4.33 композитными лопастями представлены рис. 4.32 И на соответственно.



Рис. 4.32. Значения коэффициентов механических потерь «сухих» РК ВД с неоднородными по толщине композитными лопастями: • - эксперимент;

0 - расчет



Рис. 4.33. Значения коэффициентов механических потерь «мокрых» РК ВД с неоднородными по толщине композитными лопастями: • - эксперимент;

0 - расчет

Из сопоставления результатов, приведенных на рис. 4.31, рис. 4.32 следует, что расчетные и экспериментальные значения  $\eta$  «сухих» РК с неоднородными по толщине композитными лопастями, в состав которых включен слой «мягкого» вязкоупругого материала, на один десятичный порядок превышают аналогичные значения для РК с лопастями из сплава Д16. Этот вывод подтверждает целесообразность включения вязкоупругого материала в состав композитных лопастей судового движителя с целью повышения диссипативных характеристик.

Расчетные и экспериментальные значения собственных частот f и коэффициентов механических потерь  $\eta$  «сухих» и «мокрых» РК с неоднородными по толщине композитными лопастями образуют группы из Z значений для каждой моды колебаний (рис. 4.32, рис. 4.33). В каждой из групп «сухого» РК с неоднородными по толщине композитными лопастями различие расчетных значений коэффициентов механических потерь  $\eta$  ниже различия аналогичных экспериментальных величин. Это обусловлено сложностью обеспечения постоянства толщины вязкоупругого слоя в композитных лопастях в процессе изготовления. Поэтому расчетные значения  $\eta$  можно рассматривать как консервативную оценку коэффициента механических потерь рассматриваемого РК ВД.

Погружение РК с неоднородными по толщине композитными лопастями, в состав которых включен слой «мягкого» вязкоупругого материала, в воду сопровождается уменьшением собственных частот f и увеличением коэффициентов механических потерь η по сравнению с «сухого» PK. Увеличение аналогичными значениями значений n. составляющее величину  $\eta_h \approx 0,015 - 0,02$ , обусловлено гидродинамическим демпфированием. Величина гидродинамического демпфирования для каждой собственной частоты в группе своя, что в свою очередь увеличивает разницу расчетных величин η для «мокрых» РК с неоднородными по толщине композитными лопастями. Уровень гидродинамического демпфирования

«мокрого» РК с неоднородными по толщине композитными лопастями ( $\eta_h \approx 0,015-0,02$ ) в 5-7 раз превышающий уровень гидродинамического демпфирования «мокрого» РК с лопастями из сплава Д16 ( $\eta_h \approx 0,003$ ) обусловлен пониженной жесткостью композитных лопастей.

Таким образом, введение вязкоупругих слоев в состав неоднородных по толщине композитных лопастей позволяет на один десятичный порядок увеличить величину коэффициента механических потерь по сравнению с металлическим прототипом.

#### 4.8. Выбор динамически рациональной конструкции лопасти

Выбор рациональной конструкции лопасти судового движителя целесообразно выполнять путем сопоставления ее динамической реакции по одному параметру, например, виброскорости.

Анализ поля виброскоростей на поверхности конструкции является сложной задачей, поэтому следует использовать интегральный показатель. В качестве такого показателя выбрана мощность виброскоростей ( $W_{abs}$ ). Величина  $W_{abs}$  определяется значениями нормальных виброскоростей на анализируемой вибрирующей поверхности, которые вычисляются в процессе гармонического анализа в коммерческих пакетах прикладных программ для конечно-элементных расчетов.  $W_{abs}$  вычисляется на этапе постобработки на основе следующих соотношений:

$$W_{abs} = \rho_w c_w \int_S \left| v_{S,n} \right|^2 dS , \qquad (4.7)$$

где  $\rho_w$  - плотность жидкости,  $c_w$  - скорость звука в жидкости,  $v_{s,n}$  - нормальная составляющая виброскорости к поверхности dS.

Величина *W<sub>abs</sub>* измеряется в ваттах, однако на практике более удобно использовать безразмерную характеристику: эффективную мощность виброскорости *W*, определяемую соотношением:

$$W = 10 \lg \frac{W_{abs}}{W_{ref}}, \qquad (4.8)$$

где  $W_{ref} = 10^{-12} \text{BT}$  - пороговое значение.

Гармонический анализ «мокрого» РК ВД выполнялся путем решения связанной системы уравнений (2.27). Расчеты выполнялись с двумя видами 1) статическим возбуждения: давлением  $p = 1 \Pi a$ , приложенным к поверхностям лопастей и ступицы; 2) равномерно распределенной по нагнетающей поверхности каждой лопасти нагрузкой, главный вектор которой P = 1 H направлен вдоль оси вала движителя. Считалось, что ступица жестко соединена с валом. Расчетные спектры на частотных границах кусочно-однородных областей сшивались. Температура окружающей среды  $T = 23^{\circ}C$ . Гармонический анализ выполнялся с учетом диссипативных свойств системы.

Результаты расчета узкополосных спектров W(f) «мокрых» РК с лопастями из сплава Д16 (кривая 1), композитными лопастями ортотропной (кривая 2) и моноклинной (кривая 3) структур армирования, в состав которых включен слой «мягкого» вязкоупругого материала, представлены на рис. 4.34. Приведенные на этом рисунке зависимости позволяют отметить, что РК с лопастями из сплава Д16 в диапазоне частот  $f \in [400; 6000]$  Гц имеет ярко выраженные резонансные пики в уровнях отклика. Рабочее колесо с композитными лопастями, включающими слои вязкоупругого материала, характеризуются сильно сглаженными резонансными пиками уровней отклика. Максимумы пиков РК с лопастями из сплава Д16 существенно выше максимумов пиков РК с композитными лопастями. Это объясняется использованием в композитных лопастях слоев вязкоупругого обеспечивающих значений коэффициентов материала, достижение один превышающих механических потерь на десятичный порядок аналогичные величины лопастей из сплава Д16.


Рис. 4.34. Расчетные спектры уровней эффективной мощности виброскоростей «мокрых» РК ВД по результатам гидроупругого гармонического анализа

Тем не менее, уровни W(f) в межрезонансных областях РК с лопастями из сплава Д16 ниже аналогичных уровней РК с композитными лопастями. Поэтому количественную оценку целесообразно провести на основе сравнения 1/3 октавных спектров мощности виброскоростей РК ВД, которые представлены на рис. 4.35.

Из приведенных на рис. 4.35 результатов следует, что в диапазоне частот  $f \in [0,4;1,5]$  кГц уровни W(f) РК с композитными лопастями ортотропной структуры армирования  $[90^{0}_{1}/0_{4}/\text{VPNS}_{3}/0_{n-8}]_{\text{S}}$  (линия 2) не обеспечивает заметного снижения уровней W(f) по сравнению с РК с лопастями из сплава Д16 (линия 1). У этого РК с композитными лопастями снижение уровней W(f) становится существенным только в диапазоне «кромочных» частот  $f \in [1,5;6,0]$  кГц и достигает значений 5-15 дБ. Такой характер зависимости W(f) объясняется тем, что высокие диссипативные характеристики композитных лопастей не обеспечивают заметного снижения

уровней W(f) в области низших частот, где велико влияние изгибнокрутильной связанности [166].



Рис. 4.35. Расчетные уровни 1/3 октавных спектров эффективной мощности виброскоростей «мокрых» РК ВД по результатам гидроупругого гармонического анализа

РК Наоборот, лля с минимизирующими изгибно-крутильную связанность композитными лопастями структуры армирования [90<sup>0</sup><sub>1</sub>/-20<sub>4</sub>/VPNS<sub>3</sub>/-20<sub>n-8</sub>]<sub>S</sub> (линия 3) удается снизить максимумы уровней W(f) в диапазоне частот  $f \in [0,4;1,5]$  кГц на 3-4 дБ. В диапазоне «кромочных» частот  $f \in [1,5;6,0]$  кГц снижение уровней W(f) на 5-15 дБ обеспечивается высокими диссипативными характеристиками композитных лопастей.

Таким образом, снижение изгибно-крутильной связанности за счет применения моноклинных структур армирования и включение слоев вязкоупругих материалов в состав композитной лопасти позволяет в широком диапазоне частот обеспечить снижение 1/3 октавных спектров

уровней W(f) РК ВД не менее чем на 3-15 дБ по сравнению с РК ВД с лопастями из сплава Д16.

## **4.9.** Исследование динамики судовых движителей, работающих в турбулентном потоке жидкости

Динамический анализ ВД в неоднородном турбулентном потоке предполагает использование связанной математической модели взаимодействия «жидкость-конструкция» на основе параллельной стратегии решения гидродинамической и упругой задач.

Расчетная 3D геометрия гидродинамической области аналогична геометрии, используемой в п. 4.2 при выполнении стационарных расчетов. В отличие от расчетов, приведенных в п. 4.2, турбулентное течение описывается осредненными по Рейнольдсу нестационарными уравнениями Навье-Стокса (URANS), замыкаемыми SST моделью турбулентности. Внутри проточной части насадки в зоне лопастей создан дополнительный домен, расчет нестационарного турбулентного течения в котором выполнялся в подвижной системе координат с частотой вращения лопастей РК n=600 об/мин. Скорость набегающего потока на входящей поверхности V соответствует относительной поступи J=1,2. Граничные условия аналогичны граничным условиям, используемым в расчетах п. 4.2. Распределения давлений по поверхности лопастей РК ВД, получаемые на текущем временном шаге решения гидродинамической задачи, импортируются в расчет напряженно-деформированного состояния лопастей. Поверхности деформированных лопастей представляют собой новое положение граничных условий для решения гидродинамической задачи на следующем временном шаге, т.е. реализована «слабо» связанная модель взаимодействия В обмена «жидкость-конструкция». процессе данными между гидродинамическим и упругим приложениями выполняются алгоритмы интерполяции давления и перемещений на несогласованных сетках. Подстройка новых границ лопастей В гидродинамической задаче осуществляется за счет использования подвижной сетки, которая отслеживает изменение граничных условий внутри гидродинамической

задачи на новом временном шаге. Величина постоянного шага по времени  $\Delta t = 8 \cdot 10^{-5}$ с выбрана из расчета уверенного разрешения спектра виброскоростей на лопастях в диапазоне до 4 кГц. Количество узлов в гидродинамической задаче из-за ограниченности вычислительных ресурсов не превышало ~1,5·10<sup>6</sup>.

При выполнении расчетов РК ВД использовались значения коэффициентов механических потерь, полученные ранее в п. 4.8 (η<sub>л16</sub>=0,007, η<sub>VPNS</sub>=0,065). Из-за ограниченности вычислительных ресурсов в упругой задаче влияние воды моделировалось равномерно распределенными по Величины поверхностям лопастей присоединенными массами. присоединенных масс определялась для первой собственной форме колебаний «мокрого» РК ВД. Для РК с лопастями из сплава Д16  $f_1 = 678$  Гц, для движителя с неоднородными по толщине композитными лопастями  $f_1 = 468$  Гц. Считалось, что ступица жестко соединена с поверхностью вала.

По результатам численных исследований, опуская начальный переходной процесс, определялись величины нестационарных средних амплитуд виброскоростей установившихся колебаний лопастей, а также нестационарные амплитуды реакции в зоне соединения ступицы с поверхностью вала [164, 165]. Использование преобразования Фурье позволило получить представленные на рис. 4.36, рис. 4.37 спектры исследуемых характеристик. Приведенные на этих рисунках результаты свидетельствуют предпочтительности использования РК ВД 0 С неоднородными по толщине композитными лопастями по сравнению РК ВД с лопастями из сплава Д16.

Можно заключить, что результаты гидроупругого моделирования колебаний лопастей РК ВД в турбулентном потоке несжимаемой жидкости согласуются с результатами, приведенными на рис. 4.35. Использование композитных лопастей со структурой армирования [90<sup>0</sup><sub>1</sub>/0<sub>4</sub>/VPNS<sub>3</sub>/ 0<sub>n-8</sub>]<sub>S</sub> позволяет снизить уровни вибраций, как лопастей, так и передаваемые через валопровод на упорный подшипник судна.



Рис. 4.36. Спектры средних амплитуд виброскоростей лог *f*, кГц i судового движителя: серая линия – лопасти из сплава Д16; черная линия – неоднородные по толщине композитные лопасти



Рис. 4.37. Спектры реакций в зоне соединения ступицы с поверхностью вала РК ВД: серая линия – лопасти из сплава Д16; черная линия – неоднородные по толщине композитные лопасти

# 4.10. Исследование влияния состава и структуры армирования на предельное состояние композитных лопастей

При разработке композитной лопасти встает вопрос определения её предельного состояния при приложении максимальной гидродинамической нагрузки. Максимальная гидродинамическая нагрузка определялась при относительной поступи J = 0,9. Под термином «предельное состояние» композитной конструкции лопасти понимается удовлетворение уравнения (2.17) хотя бы в одном входящим в ее состав слое.

На рис. 4.38 приведены графики зависимостей коэффициентов безопасности по напряжениям  $K_{\delta} = K_{\delta}(\theta)$  «сухих» композитных лопастей структур армирования  $[\theta_n]$  (кривая 1),  $[90^0_1/\theta^0_{n-1}]_S$  (кривая 2) и  $[90^0_1/\theta^0_4/VPNS_3/\theta^0_{n-8}]_S$  (кривая 3) от угла ориентации армирования  $\theta$ .

График функции  $K_6 = K_6(\theta)$  «сухой» композитной лопасти структуры армирования  $[\theta_n]$  (кривая 1) показывает минимальное значение  $K_6 = 0,38$  при  $\theta \cong -10^\circ$ . Напомним, что  $\theta \cong -10^\circ$  соответствует минимуму изгибнокрутильной связанности первой и второй мод колебаний композитной лопасти структуры армирования  $[\theta_n]$ . Следовательно, минимум уровня изгибно-крутильной связанности композитной лопасти соответствует максимуму запаса ее прочности при действии расчетных нагрузок.

Переход от композитной лопасти структуры армирования  $[\theta_n]$  к композитной лопасти структуры армирования  $[90^0_1/\theta^0_{n-1}]_s$  сопровождается увеличением запаса прочности конструкции при  $\theta \in [-90^0, 20^0]$ . Минимальное значение  $K_{\delta} = 0,22$  «сухой» композитной лопасти структуры армирования  $[90^0_1/\theta^0_{n-1}]_s$  достигается при  $\theta \cong -10^\circ$ . Отметим, что переход от моноклинной структуры армирования композитной лопасти  $[90^0_1/-10^0_{n-1}]_s$  к ортотропная структуре  $[90^0_1/0^0_{n-1}]_s$  сопровождается некоторым увеличением коэффициента безопасности по напряжениям до значения  $K_{\delta} = 0,31$ .



Рис. 4.38. Зависимости коэффициентов безопасности по напряжениям К<sub>б</sub> «сухих» композитных лопастей структур армирования [ $\theta_n$ ] (кривая 1), [90<sup>0</sup><sub>1</sub>/ $\theta_{n-1}$ ]<sub>S</sub> (кривая 2) и [90<sup>0</sup><sub>1</sub>/ $\theta_4$ /VPNS<sub>3</sub>/ $\theta_{n-8}$ ]<sub>S</sub> (кривая 3) от угла ориентации

#### армирования $\theta$

Введение в состав композитной лопасти структуры армирования [90<sup>0</sup><sub>1</sub>/θ<sup>0</sup><sub>n-1</sub>]<sub>S</sub> слоя «мягкого» вязкоупругого материала путем замещения трех слоев однонаправленного углепластика приводит к созданию неоднородной по толщине конструкции  $[90^{0}_{1}/\theta^{0}_{4}/3_{vpns}/\theta^{0}_{n-8}]_{s}$ . Очевидно, что уменьшение количества армированных слоев, компонуемых в лопасть, приведет к коэффициента безопасности увеличению по напряжениям. Данное утверждение иллюстрирует взаимное расположение кривых 2 и 3 на рис. 4.38. Анализ функции  $K_6 = K_6(\theta)$  (кривая 3) позволяет отметить, что  $K_{\text{бурыs}} = 0,32$  достигается при  $\theta \cong -10^{\circ}$ . Для минимальное значение ортотропной структуры армирования неоднородной ПО толщине  $[90^{0}_{1}/0^{0}_{4}/3_{vpns}/0^{0}_{n-8}]_{s}$ композитной лопасти минимальное значение  $K_{6VPNS} = 0,45.$ 

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные и практические результаты диссертационной работы заключаются в следующих положениях:

1. Выполнен анализ существующих методов математического моделирования задач механики композитов и гидродинамики.

2. Разработан интерактивный метод математического моделирования параметров динамического отклика взаимодействующих с водно-воздушной деформируемых средой композитных лопастных систем судовых движителей, основанный на использовании различных стратегий численного аэрогидроупругости. Достоверность решения связанных задач предложенного метода подтверждена хорошим согласованием расчетных и экспериментальных значений параметров динамического отклика (собственных частот и собственных форм колебаний, коэффициентов механических потерь, критических скоростей флаттера и дивергенции, кривых действия) исследуемых конструкций.

3. Уточнен метод выбора рациональных составов и структур армирования погруженных в водную среду композитных лопастей судовых движителей, основанный на исследовании собственных частот и собственных форм их затухающих колебаний.

4. Исследовано влияние:

 – структуры армирования консольной пластины и обшивки адаптивного крыла, образованных совокупностью слоев однонаправленного углепластика, на величины их собственных частот, а также критических скоростей флаттера и дивергенции;

– состава и структуры армирования неоднородных по толщине «мокрых» композитных лопастей, образованных силовыми слоями из однонаправленного углепластика и вибропоглощающим слоем «мягкого» вязкоупругого материала, на величины собственных частот и коэффициентов механических потерь, а также на спектры эффективной мощности

виброскоростей, средних амплитуд виброскоростей и реакций в зоне соединения ступицы с валом судового движителя.

5. Показано снижение амплитуд вибрации и увеличение запаса прочности судового движителя, обусловленное минимизацией изгибнокрутильной связанности композитных лопастей за счет выбора рациональных структур их армирования.

6. Установлено снижение уровней треть октавного спектра мощности виброскоростей судового движителя с композитными лопастями на 3-15 дБ по сравнению с металлическим прототипом в широком диапазоне частот, порождаемое комплексом мероприятий, направленных на минимизацию изгибно-крутильной связанности и повышение диссипативных характеристик композитных лопастей.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- IMO MEPC.1/Circ.833. Guidelines for the Reduction of Underwater Noise from Commercial Shipping to Address Adverse Impacts on Marine Life. 2014. 6 p.
- Бахарева В.Е., Орыщенко А.С. Высокопрочные стеклопластики для арктического машиностроения. Санкт-Петербург: АНО ЛА «Профессионал». 2017. 224 с.
- Mouritz A.P., Gellert E., Burchill P., Challis K. Review of advanced composite structures for naval ships and submarines // Composite Structures. 2001. Vol. 53. P. 21-41.
- Searle T. J., Chudley J., Grove S. M., Short D. Manufacturing of marine propellers in composite materials // Proceedings of the Conference on High Technology Composites in Modern Applications. Corfu. 1995. September. P. 273-280.
- Pegg R.L., Reyes H. Composites promise navy weight, tactical advantages // Sea Technology. 1986. Vol. 27. No. 7. P. 31-34.
- Marsh G. A New Start for Marine Propellers? // Reinforced Plastics. 2004. December. P. 34-38.
- Koko T.S., Shahin K.O., Akpan U.O., Norwood M.E. Review of composite propeller developments and strategy for modeling composite propellers using PVAST. // Defense Research and Development Canada. Contract Report DRDC Atlantic CR 2011-156. September 2012. 30 p.
- ITTC. Final Report and Recommendations to the 25th ITTC. // The Propulsion Committee. Fukuoka. 2008. Vol 1. P. 83-141
- Paul A., Schmidt A., Wolf E. Acoustic optimized propeller made from composite materials // ThyssenKrupp techforum 2011. Issue 1. P. 58-63.
- Kosmatka J.B., Mehmed O. Development of an integral damping treatment for NASA's next generation hollow fan blades // Proceedings of SPIE Smart Structures and Materials. 2002. Vol. 4697. P. 15-24.

- 11. Nakashima
   Propeller
   Co.,
   Ltd. CFRP
   Propeller
   //

   https://www.nakashima.co.jp/eng/product /cfrp.html.
   //
- Rules for classification: Ships DNVGL-RU-SHIP-Pt6. Ch7. Section 6 Underwater noise emission – Silent. Edition October July 2017. P 73-85
- Пустошный А.В., Маринич Н.В., Савченко О.В. Анализ перспектив применения композитных гребных винтов в судостроении // Труды Крыловского государственного научного центра. 2023. Вып. 3(405). С. 26-48.
- Ачкинадзе А. Ш., Бесядовский А.Р., Васильева В.В., Корнев Н.В., Фаддеев Ю.И. Гидромеханика. Санкт-Петербург: МорВест. 2007. 552 с.
- Carlton J. Marine Propellers and Propulsion. Fourth Edition. Oxford: Elsevier, 2019. 590 pp.
- Бавин В. Ф., Завадовский Н. Ю., Левковский Ю. Л., Мишкевич В. Г. Гребные винты: современные методы расчёта. Ленинград: Судостроение. 1983. 296 с.
- Schoenherr K.E. Formulation of propeller blade strength // Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers. 1963. Vol. 71. P. 81-119.
- Conolly J.E. Strength of propellers // Transactions of Royal Institution of Naval Architecture. 1961. Vol. 103. P. 139-204.
- Альтенбах Х. Основные направления теории многослойных тонкостенных конструкций. Обзор // Механика композитных материалов. 1998. Т. 34, №3. С. 333-348.
- Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин. Москва: Наука, 1987.
   360 с.
- Kirchhoff G. Über das Gleichgewicht und die Bewegung einer elastichen Scheibe // Journal f
  ür die reine und angewandte Mathematik. 1850. Bd. 40. S. 51-88.
- 22. Тимошенко С.П. К учету сдвига в дифференциальном уравнении поперечных колебаний призматических стержней // Статистические и

динамические проблемы теории упругости. Киев: Наукова думка, 1975. С. 56–57.

- Reissner E. On the theory of bending of elastic plates // Journal of Mathematical Physics. 1944. Vol. 23. P. 184-191.
- Reissner E. The effect of transverse-shear deformation on the bending of elastic plates // Journal of Applied Mechanics. 1945. Vol. 12, No 2. P. A69-A77.
- Mindlin R.D. Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic elastic plates // Journal of Applied Mechanics. 1951. Vol. 18. P 1031-1036.
- 26. Муштари Х.М. Теория изгиба плит средней толщины // Известия АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1959. № 2. С. 107-113.
- 27. Векуа И.Н. Некоторые общие методы построения различных вариантов теории пологих оболочек. Москва: Наука, 1982. 288 с.
- Lo K.H., Christensen R.M., Wu E.M. A high order theory of plate deformation. Part 1. Homogeneous plates // Journal of applied mechanics. 1977. Vol. 44. P. 663-668.
- Lo K.H., Christensen R.M., Wu E.M. A high order theory of plate deformation. Part 2. Laminated plates // Journal of applied mechanics. 1977. Vol. 44. P. 669-676.
- Touratier M. An efficient standard plate theory // International Journal of Engineering Science. 1991. Vol. 29, No. 8. P. 901-916.
- Гольденвейзер А.Л. Построение приближенной теории оболочек при помощи асимптотического интегрирования уравнений теории упругости // Прикладная математика и механика. 1962. Т. 26, № 4. С. 668-686.
- Zhilin P.A. Mechanics of deformable directed surfaces // International Journal of Solids and Structures. 1976. Vol. 12. P. 635-648.

- Григолюк Э.И., Коган Ф.А. Современное состояние теории многослойных оболочек // Прикладная механика. 1972. Т. 8, № 6. С. 3-17.
- Reddy J.N. On the generalization of displacement-based laminate theories // Applied Mechanics Reviews. 1993. Vol. 42, No. 11, pt 2. P. S213-S222.
- Болотин В.В. Новичков Ю.Н. Механика многослойных конструкций. Москва: Машиностроение, 1980. 375 с.
- Григолюк Э.И., Чулков П.П. Устойчивость и колебания трехслойных оболочек. Москва: Машиностроение, 1973. 172 с.
- Штамм К., Витте Х. Многослойные конструкции. Москва: Стройиздат, 1983. 296 с.
- Zenkert D. Aπ introduction to sandwich construction. London: Chameleon Press Ltd., 1995. 277 p.
- Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. Москва: Машиностроение, 1988. 272 с.
- Kollar L., Springer G.S. Mechanics of Composite Structures. Cambridge: Cambridge University Press, 2003. 480 p.
- 41. Reddy J.N. A simple higher-order theory of laminated composite plate // Journal of Applied Mechanics. 1984. Vol. 51. P. 745-752.
- 42. Reddy J.N. Mechanics of laminated composite plates and shells: Theory and analysis. 2nd ed. Boca Raton: CRC Press, 2004. 831 p.
- Васильев В.В., Тарнопольский Ю.М. Композиционные материалы.
   Справочник. М.: Машиностроение. 1990. 512 с.
- 44. Баженов В.А., Сахаров А.С., Гондлях А.В., Мельников С.Л. Нелинейные задачи механики многослойных оболочек. Киев: Издательство НИИ строительной механики. 1994. 264 с.
- 45. Дудченко А.А., Лурье С.А., Образцов И. Φ. Анизотропные многослойные пластины и оболочки // Итоги науки и техники.

ВИНИТИ. Серия: Механика деформируемого твердого тела. 1983. Т. 15. С. 3-68.

- 46. Капанья Р.К., Ратичи С. Последние достижения в исследованиях слоистых балок и пластин. Часть I: Влияние сдвигов и устойчивость // Аэрокосмическая техника. 1990. № 5. С. 43-57.
- 47. Капанья Р.К., Ратичи С. Последние достижения в исследованиях слоистых балок и пластин. Часть II: Колебания и распространение волн // Аэрокосмическая техника. 1990. № 5. С. 58-73.
- 48. Sayyad A.S., M. Ghugal Y.M. On the free vibration analysis of laminated composite and sandwich plates: A review of recent literature with some numerical results // Composite Structures. 2015. Vol. 129.
- Голушко С.К., Немировский Ю.В. Прямые и обратные задачи механики упругих композитных пластин и оболочек вращения. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2008. 432 с.
- 50. Сухинин С.Н. Прикладные задачи устойчивости многослойных композитных оболочек. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2010. 248 с.
- 51. Каледин В.О., Аульченко С.М., Миткевич А. Б., Решетникова Е. В., Седова Е.А., Шпакова Ю.В. Моделирование статики и динамики оболочечных конструкций из композиционных материалов. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2014. 196 с.
- 52. Соломонов Ю.С., Георгиевский В.П., Недбай А.Я., Андрюшин В.А. Методы расчета цилиндрических оболочек из композиционных материалов. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2009. 408 с.
- 53. Соломонов Ю.С., Георгиевский В.П., Недбай А.Я., Андрюшин В.А. Прикладные задачи механики композитных цилиндрических оболочек. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2014. 264 с.
- Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука. 1977.
   416 с.
- Черных К.Ф. Введение в анизотропную упругость. М.: Наука. 1988.
   192 с.

- 56. Rand O., Rovenski V. Analytical methods in anisotropic elasticity with symbolic computational tools. Boston, Basel, Berlin: Birkhauser. 2005. 451 p.
- 57. Кузьмин М.А., Лебедев Д.Л., Попов Б.Г. Расчеты на прочность многослойных композитных конструкций. Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2012. 341 с.
- Young Y.L. Time-dependent Hydro-elastic Analysis of Cavitating Propulsors // Journal of Fluids and Structures. 2007. Vol. 23. P. 269-295.
- 59. Ducoin A., Deniset F., Astolfi J.A., Sigrist J.F. Numerical and Experimental Investigation of Hydrodynamic Characteristics of Deformable Hydrofoils // Journal of Ship Research. 2009. Vol. 53. P. 214-226.
- Ghassemi H., Ghassabzadeh M., Saryazdi M.Gh. Influence of the Skew Angle on the Hydro-elastic Behaviour of a Composite Marine Propeller // Journal of Engineering for the Maritime Environment. 2012. Vol. 226, Issue 4. P. 346-359.
- He X.D., Hong Y., Wang R.G. Hydro-elastic Optimization of a Composite Marine Propeller in a Non-Uniform Wake // Ocean Engineering. 2012. Vol. 39. P. 14-23.
- Sun H.T., Xiong Y. Fluid-Structure Interaction Analysis of Flexible Marine Propellers // Applied Mechanics and Materials. 2012. Vol. 226-228. P. 479-482.
- Lee Y.J., Lin C.C. Optimized Design of Composite Propeller // Mechanics of Advanced Materials and Structures. 2010. Vol. 11. P. 17-30.
- 64. Taketani T., Kimura K., Ando S., Yamamoto K. Study on Performance of a Ship Propeller Using a Composite Material // Third International Symposium on Marine Propulsors. 2013. Launceston. Tasmania. Australia. P. ???
- Maljaars P.J., Dekker J.A. Hydro-elastic Analysis of Flexible Marine Propellers // Maritime Technology and Engineering / Ed. by Guedes Soares and Santos. 2014. P. 705-715.

- 66. Lin H.J., Lin J.J. Nonlinear Hydro-elastic Behavior of Propellers using a Finite Element Method and Lifting Surface Theory // Journal of Marine Science and Technology. 1996. Vol. 1. P. 114-124.
- Blasques J.P., Berggreen C., Andersen P. Hydro-elastic Analysis and Optimization of a Composite Marine Propeller // Marine Structures. 2010. Vol. 23. P. 22-38.
- Mulcahy N.L., Prusty B.G., Gardiner C.P. Hydro-elastic Tailoring of Flexible Composite Propellers // Ship and Offshore Structures. 2010. Vol. 5. P. 359-370.
- 69. Ву Э. М. Феноменологические критерии разрушения анизотропных сред // Композиционные материалы. Ред. Браутман Л., Крок Р. Т. 2. Механика композиционных материалов. Ред. Сендецки Дж. Москва: Мир. 1978. С. 401-491.
- Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов В.Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов// Библиотека расчетчика. Москва: Машиностроение. 1984. 264 с.
- Ашкенази Е.К. Анизотропия машиностроительных материалов. Ленинград: Машиностроение. 1969. 111 с.
- 72. Гольденблат И.И., Копнов В.А. Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов. Москва: Машиностроение. 1968. 192 с.
- 73. Малмейстер А.К., Тамуж В.П., Тетерс Г.А. Сопротивление жестких полимерных материалов. Рига: Зинатне. 1967. 398 с.
- 74. Неупругие свойства композиционных материалов // Новое в зарубежной науке. Серия: Механика. Вып. 16. Москва: Мир. 1978. 296 с.
- Tsai S. W., Wu E. M. A General Theory of Strength for Anisotropic Materials. // Journal of Composite Materials. 1971. Vol. 5. No 1. P. 58-80.
- Hinton M. J., Soden P. D., Kaddour A. S. Failure Criteria in Fibre–Reinforced Polymer Composites. Elsevier. London. 2004. 1255 p.

- 77. Полилов А.Н. Критерий разрушения поверхности раздела в однонаправленных композитах // Известия АН СССР, Механика твёрдого тела, 1978, № 2, с.116-119.
- Полилов А. Н. Этюды по механике композитов. Москва: ФИЗМАТЛИТ. 2016. 320 с.
- 79. Полилов А. Н., Татусь Н. А. Биомеханика прочности волокнистых композитов. Москва: ФИЗМАТЛИТ. 2018. 328 с.
- Зиновьев П.А. Ермаков Ю.Н. Характеристики рассеяния энергии при колебаниях в элементах конструкций из волокнистых композитов (обзор). Москва: ЦНИИ научно-техн. информации. 1989. 76 с.
- Benchekchou B., Coni M., Howarth H.V.C., White R.G. Some aspects of vibration damping improvement in composite materials // Composites. Part B: Engineering. 1998. Vol. 29, No 6. P. 809-817.
- Bert C.W. Composite materials: a survey of damping capacity of fiber reinforced composites // Damping Applications for Vibration Control: [papers, presented at the Winter Annual Meeting of the American Society of Mechanical Engineers]. New York: ASME, 1980. P. 53–63 (Applied mechanics symposia series; AMD-38).
- 83. Chandra R., Singh S.P., Gupta K. Damping studies in fiber-reinforced composites a review // Composite Structures. 1999. Vol. 46, No 1. P. 41-51.
- 84. Finegan I.C., Gibson R.F. Recent research on enhancement of damping in polymer composites // Composite Structures. 1999. Vol. 44, No 2-3. P. 89-98.
- Bisson R.F. Dynamic mechanical properties of advanced composite materials and structures: a review // Shock and Vibration Digest. 1987. Vol. 19, No 7. P. 13-22.
- Treviso A., Van Genechten B., Mundo D., Tournour M. Damping in composite materials: Properties and models // Composites: Part B. 2015. Vol. 78. P. 144-152.
- 87. Бленд Д. Теория линейной вязко-упругости. Москва: Мир, 1965. 200 с.

- Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. Москва: Мир, 1974.
   340 с.
- Hashin Z. Complex Moduli of Viscoelastic composites: II. Fiber-reinforced materials // International Journal of Solids and Structures. 1970. Vol. 6. P. 797–807.
- 90. Иванцова О.Н., Рябов В.М., Ярцев Б.А. Собственные колебания анизотропных пластин из полимерных композитов. І. Слоистые квазиоднородные пластины // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика, механика, астрономия. 1999. Вып. 2, (№ 8). С. 28-34.
- 91. Рябов В.М., Ярцев Б.А. Неклассические колебания моноклинной композитной полосы // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2021. Т. 8 (66). Вып. 4. С. 695-708.
- 92. Смердов А.А. Рассеяние энергии при колебаниях композитных оболочек // Инженерный журнал: наука и инновации. 2013. Вып. 7. С. 1-13. URL: http:// engjournal.ru/catalog/machin/rocket/858.html.
- Berthelot J.M. Dynamics of composite materials and structures / Institute of Advanced Materials and Mechanics. Vallouise, 2010. 334 p.
- 94. Lin D.X., Ni R.G., Adams R.D. Prediction and measurement of the vibrational damping parameters of carbon and glass fibre-reinforced plastics plates // Journal of Composite Materials. 1984. Vol. 18, No 3. P. 132-152.
- 95. Попов В.Л. Механика контактного взаимодействия и физика трения. От нанотрибологии до динамики землетрясений. Москва: Физматлит, 2013. 352 с.
- 96. Rouleau L., Pirk R., Pluymers B., Desmet W. Characterization and modeling of the viscoelastic behavior of a self-adhesive rubber using dynamic mechanical analysis tests // Journal of Aerospace Technology and Management. 2015. Vol. 7, No 2. P. 200-208.
- Wendt J.F. (Ed.) Computational Fluid Dynamics An Introduction. Springer.
   2009. P. 332.

- 98. Anderson J.D. Fundamentals of Aerodynamics. Mc Graw Hill. 2001. P. 290.
- Katz J., Plotkin A. Low-Speed Aerodynamics. Cambridge University Press. 2001. 629 p.
- 100. Ducoin A., Deniset F., Astolfi J.A., Sigrist J.F. Numerical and Experimental Investigation of Hydrodynamic Characteristics of Deformable Hydrofoils // Journal of Ship Research. 2009. Vol. 53. P. 214-226.
- 101. He X.D., Hong Y., Wang R.G. Hydro-elastic Optimization of a Composite Marine Propeller in a Non-Uniform Wake // Ocean Engineering. 2012. Vol. 39. P. 14-23.
- 102. Taketani T., Kimura K., Ando S., Yamamoto K. Study on Performance of a Ship Propeller Using a Composite Material // Third International Symposium on Marine Propulsors. 2013. Launceston. Tasmania. Australia. P. 336-541.
- 103. Mulcahy N.L., Prusty B.G., Gardiner C.P. Hydro-elastic Tailoring of Flexible Composite Propellers // Ship and Offshore Structures. 2010. Vol. 5. P. 359-370.
- 104. Conolly J.E. Strength of Propellers // Transactions of Royal Institution of Naval Architecture. 1961. Vol. 103. P. 139-204.
- 105. He X.D., Hong Y., Wang R.G. Hydro-elastic Optimization of a Composite Marine Propeller in a Non-Uniform Wake // Ocean Engineering. 2012. Vol. 39. P. 14-23.
- 106. Kuo J., Vorus W. Propeller blade dynamic stress // Tenth Ship Technology and Research Symposium. 1985. P. 39-69.
- 107. Lee Y.J., Lin C.C. Optimized Design of Composite Propeller // Mechanics of Advanced Materials and Structures. 2010. Vol. 11. P. 17-30.
- 108. Lin H.J., Lin J.J. Nonlinear Hydro-elastic Behavior of Propellers using a Finite Element Method and Lifting Surface Theory // Journal of Marine Science and Technology. 1996. Vol. 1. P. 114-124.
- 109. Лобачев М.П., Овчинников Н.А., Пустошный А.В. Численное моделирование работы гребного винта в неоднородном потоке // Труды ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова. 2009. Вып. 49(333). С. 5-10.

- 110. Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Шур М.Л. Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений. Санкт-Петербург: Изд-во Политехнического университета. 2012. 88 с.
- 111. Егоров С.В. Расчет гидроупругого взаимодействия резиновой пластинки и следа от усечённого конуса при докритическом режиме обтекания. // Труды Крыловского государственного научного центра. 2017. Вып. 1(379). С. 64-69.
- 112. Крыжевич Г.Б. Гидроупругость конструкций судна. Санкт-Петербург: Изд-во ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова. 2006. 230 с.
- 113. Paul Hess. Fluid Structure Interaction: A Community View. MSDL Report Number: 2016-003, Department of Naval Architecture and Marine Engineering, University of Michigan. 2017.
- 114. Lee H., Song M.C., Suh J.C., Chang B.J. Hydro-elastic Analysis of Marine Propellers based on a BEM-FEM Coupled FSI Algorithm // International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering. 2014. Vol. 6. P. 562-577.
- 115. Young Y.L. Fluid-Structure Interaction Analysis of Flexible Composite Marine Propellers // Journal of Fluids and Structures. 2008. Vol. 24. P. 799-818.
- 116. Maljaars P.J., Dekker J.A. Hydro-elastic Analysis of Flexible Marine Propellers // Maritime Technology and Engineering – Edited by Guedes Soares and Santos. 2014. P. 705-715.
- 117. Boer de A., Zuijlen van A.H., Bijl H. Review of coupling methods for nonmatching meshes // Computer methods in applied mechanics and engineering. 2007. Vol. 196. P. 1515-1525.
- 118. Atluri S.N. Computational Nonlinear Mechanics in Aerospace Engineering. American Institute of Aeronautics and Astronautics. 1992. 557 p.
- 119. Ярцев Б.А. Введение в механику моноклинных композитов. Санкт-Петербург: Крыловский государственный научный центр, 2020. 224 с.

- 120. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. Москва: Наука, 1979. 744 с.
- 121. Рабинович А.Л. Введение в механику армированных полимеров. Москва: Наука, 1970. 482 с.
- 122. Sefrani Y., Berthelot J.M. Temperature effect on the damping properties of unidirectional glass fibre composites // Composites Part B: Engineering. 2006. Vol. 37, No. 4-5. P. 346-355.
- 123. Hadi A., Ashton J. Measurement and theoretical modelling of the damping properties of a unidirectional glass/epoxy composite // Composite Structures. 1996. Vol. 34, No. 4. P. 381-385.
- 124. Crane R., Gillespie J. Characterization of the vibration damping loss factor of glass and graphite fiber composites // Composites Science and Technology. 1991. Vol. 40, No. 4. P. 355-375.
- 125. Bonadi H., Sun C.T. Hydrothermal effects on structural damping of laminated composites // Journal of Materials Science. 1990. Vol. 25. P. 499-505.
- 126. Chao L.P., Thompson B.S., Gandhi M.V. A Theoretical and experimental investigation of the hydrothermoelastodynamic response of linkage mechanisms fabricated from polymeric composite materials // Structural Composites: Design and Processing Technologies: Proceedings of the Sixth Annual ASM/ESD Advanced Composites Conference. Materials Park: ASM, 1990. P. 19-30.
- 127. Рябов В.М., Ярцев Б.А. Итерационный метод определения упругих и диссипативных характеристик полимерных композиционных материалов. Ч. І. Теоретические основы // Вопросы материаловедения. 2000. № 2(22). С. 55-61.
- 128. Рябов В.М., Ярцев Б.А. Итерационный метод определения упругих и диссипативных характеристик полимерных композиционных материалов. Ч. II. Минимизация экспериментальных погрешностей // Вопросы материаловедения. 2000. № 2(22). С. 61-70.

- 129. Рябов В.М., Ярцев Б.А. Итерационный метод определения упругих и диссипативных характеристик полимерных композиционных материалов. Ч. III. Экспериментальная проверка // Вопросы материаловедения. 2000. № 2(22). С. 70-76.
- 130. Gibson R.F., Chaturvedi S.K., Sun C.T. Complex moduli of aligned discontinuous fibre reinforced polymer composites // Journal of Materials Science. 1982. Vol. 17. P. 3499-3509. DOI: 10.1007/BF00752195.
- 131. Gibson R.F. Damping characteristics of composite materials and structures // Structural Composites: Design and Processing Technologies: Proceedings of the Sixth Annual ASM/ESD Advanced Composites Conference. Materials Park: ASM, 1990. P. 441-450.
- 132. Gibson R.F. Principles of Composite Material Mechanics. 3rd ed. Boca Raton: CRC Press, 2011. 653 p.
- 133. Menter F.R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications // AIAA Journal. 1994. Vol. 32(8). P. 1598-1605.
- 134. Smirnov P.E., Menter F.R. Sensitization of the SST Turbulence Model to Rotation and Curvature by Applying the Spalart-Shur Correction Term // Journal of Turbomachinery. 2009. Vol. 131(041010). P. 1-8.
- 135. ANSYS Inc. ANSYS 13.0 Help. 2010.
- 136. Inman D.J. Engineering Vibration. 4 th ed. Englewood Cliffs: Prentice Hall.2013. 720 p.
- 137. Любомиров Я.М., Ярцев Б.А. Изгибно-крутильный флаттер консольной композитной пластины в потоке несжимаемого газа // Труды Крыловского государственного научного центра. 2014. Вып. 83(367). С. 89-108.
- 138. Hollowell S.J., Aeroelastic flutter and divergence of graphite/epoxy cantilevered plates with bending-torsion stiffness coupling // M.I.T. Department of Aeronautics and Astronautics. 1981. M.S. Thesis. 138 p.

- 139. Lansberger B.J. Aeroelastic properties of straight and forward swept graphite/epoxy wings // M.I.T. Department of Aeronautics and Astronautics. 1983. M.S. Thesis. 158 p.
- 140. Ярцев Б.А. Связанные колебания композитных конструкций. Санкт-Петербург: Крыловский государственный научный центр, 2024. 216 с.
- 141. Болотин В.В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. Москва: ГИФМЛ. 1961. 340 с.
- 142. Бисплингхофф Р.Л., Эшли Х., Хауфмэн Р.Л., Аэроупругость. Москва: Изд-во иностр. лит., 1959. 799 с.
- 143. Горшков А.Г., Морозов В.И., Пономарев А.Т., Шклярчук Ф.Н. Аэрогидроупругость конструкций. Москва: Физматлит, 2000. 592 с.
- 144. Гроссман Е.П., Кричевский С.С., Борин А.А. "К вопросу о потере устойчивости конструкцией крыла в полете // Труды ЦАГИ. 1937. Вып. 202. 65 с.
- 145. Ланда П.С. Автоколебания в распределенных системах. Москва: Либроком, 2010, 320 с.
- 146. Фын Я.Ц. Введение в теорию аэроупругости. Москва: ГИФМЛ, 1959. 523 с.
- 147. Любомиров Я.М., Ярцев Б.А. Аэроупругий отклик анизотропного композитного крыла. // Труды Крыловского государственного научного центра. 2015. Вып. 90 (374). С. 171-178.
- 148. Lyubomirov Y., Yartsev B. Classical flutter anisotropic composite wing // 2015 International Conference on Mechanics – Seven Polyakhov's Readings: Proceedings. Saint Petersburg, 2015. P. 7106750.
- 149. Любомиров Я.М. Аэроупругий отклик анизотропного композитного крыла под воздействием турбулентного течения // Труды Крыловского государственного научного центра. 2016. Вып. 91 (375). С. 119-124.
- 150. Voigt W. Lehrbuch der Kristallphysik: mit Ausschluβ der Kristalloptik. Leipzig; Berlin: Teubner, 1928. 978 s.

- 151. Ryabov V., Yartsev B. Controlling coupled bending-twisting vibrations of anisotropic composite wing // AIP Conference Proceedings. 2018. Vol. 1959.
   № 1. P. 070031.
- 152. Рябов В.М., Ярцев Б.А. Управление связанностью колебаний композитного крыла // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2023. Т. 10 (68), вып. 2. С. 344-356.
- 153. Композитная лопасть гребного винта: пат. 2709865 Рос. Федерация / Лысенко А.П., Любомиров Я.М., Ярцев Б.А. № 2019113630; заявл. 30.04.2019; опубл. 24.12.2019, Бюл. № 36. 10 с.
- 154. Узел соединения композитной лопасти с металлической ступицей гребного винта : пат. 2667999 Рос. Федерация / Лысенко А.П., Любомиров Я.М., Ярцев Б.А. № 2017136949; заявл. 19.10.2017; опубл. 25.09.2018, Бюл. № 27. 9 с.
- 155. Zhou X.Q., Yu D.Y., Shao X.Y., Zhang S.Q., Wang S. Research and applications of viscoelastic vibration damping materials: A review // Composite Structures. 2016. Vol. 136. P. 460-480.
- 156. Лебедев В.Л., Косульников В.Ю., Серый П.В., Васильева Н.Н., Логунова А.А. Температурно-частотная зависимость диссипативных свойств вибропоглощающих покрытий «жесткого» типа // Вопросы материаловедения. 2017. № 3(91). С. 133-147.
- 157. Паршина Л.В., Рябов В.М., Ярцев Б.А. Рассеяние энергии при колебаниях неоднородных композитных структур. 1. Постановка задачи // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2018. Т. 5 (63), вып. 2. С. 300-309.
- 158. Паршина Л.В., Рябов В.М., Ярцев Б.А. Рассеяние энергии при колебаниях неоднородных композитных структур. 2. Метод решения // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2018. Т. 5 (63), вып. 4. С. 678-688.
- 159. Паршина Л.В., Рябов В.М., Ярцев Б.А. Рассеяние энергии при колебаниях неоднородных композитных структур. 3. Численный

эксперимент. // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2019. Т. 6 (64), вып. 1. С. 144-156. DOI: 10.21638/11701/spbu01.2019.111.

- 160. Рябов В.М., Ярцев Б.А., Паршина Л.В. Связанные колебания вязкоупругих трехслойных композитных пластин. 1. Постановка задачи // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2020. Т. 7 (65), вып. 3. С.
- 161. Рябов В.М., Ярцев Б.А., Паршина Л.В. Связанные колебания вязкоупругих трехслойных композитных пластин. 2. Численный эксперимент // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2021. Т. 8 (66), вып. 1. С. 88-100.
- 162. Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж. Демпфирование колебаний. Москва: Мир, 1988. 448 с.
- 163. Ферри Дж. Вязкоупругие свойства полимеров. Москва: Изд-во иностр. лит., 1963. 536 с.
- 164. Lyubomirov Ya.M., Yartsev B.A. Prospects for application of composite blades for reducing the levels of hydroelastic vibrations of ship propellers // XI International Conference NAVY AND SHIPBUILDING NOWADAYS NSN'2021. June 24-25, 2021. St. Petersburg, Russia. Proceedings. Conference theme Hydrodynamics & Strength in Modern Shipbuilding. P. 163-168.
- 165. Любомиров Я.М. Гидроупругое моделирование эффективный инструмент разработки композитных лопастей судовых движителей // Труды Крыловского государственного научного центра. 2022. Специальный выпуск 1. С. 92-97.
- 166. Shaposhniov V.M., Yartsev B.A., Lyubomirov Ya.M. Adaptive composite structures // XIII International Conference NAVY AND SHIPBUILDING NOWADAYS NSN'2024. June 20-21, 2024. St. Petersburg, Russia. Proceedings. Conference theme Construction materials. Strength and structural mechanics. P. 9-18.